

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE CIENCIAS APLICADAS A LA INDUSTRIA
INGENIERÍA MECÁNICA

Proyecto Integrador:

**Diseño y medición de resistencia mecánica en
estructuras: Delaunay vs. Voronoi**

Autor: Bautista, Rodrigo J.

Título al que se aspira: Ingeniero Mecánico

Directora del proyecto: Andrea Ridolfi, Dra.

Codirector del proyecto: Daniel Millán, Dr.

San Rafael, Mendoza, 2024

Diseño y medición de resistencia mecánica en estructuras: Delaunay vs. Voronoi

Autor: Bautista, Rodrigo J.

Título al que se aspira: Ingeniero Mecánico

Trabajo aprobado por:

_____ Presidente Nombre y Firma	_____ Fecha
_____ Vocal Nombre y Firma	_____ Fecha
_____ Vocal Nombre y Firma	_____ Fecha
_____ Directora Nombre y Firma	_____ Fecha
_____ Codirector Nombre y Firma	_____ Fecha

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE CIENCIAS APLICADAS A LA INDUSTRIA

San Rafael, Mendoza, 2024

Agradecimientos

Al finalizar este tramo de mi vida, miro en retrospectiva y siento una profunda felicidad al darme cuenta de con quiénes lo recorrí. Esto no hubiera sido posible sin mis padres, cuyo incesante ánimo y apoyo me impulsaron a seguir adelante, por lo que les estoy profundamente agradecido. A mi hermano y primos, también, por ser ejemplos y brindarme consejos inmejorables. A toda mi familia, por acompañarme en cada momento.

Este viaje no sería posible sin compartirlo con mis amigos, a quienes agradezco su compañía, risas y generosidad en los tramos más empinados del recorrido.

Mi gratitud a la institución y a sus profesores, y un agradecimiento sincero a mis directores, la Dra. Andrea Ridolfi y el Dr. Daniel Millán, quienes, con su dedicación y esfuerzo, me formaron y se establecieron como un modelo a seguir, tanto como personas como ingenieros y académicos.

Resumen

Este trabajo de investigación se centró en el diseño, desarrollo y validación de un experimento que permita comparar las propiedades mecánicas de las estructuras bidimensionales de Delaunay y Voronoi bajo tensión. Se diseñaron e imprimieron en 3D probetas con ambas configuraciones utilizando TPU, material elegido por su flexibilidad y capacidad de deformación. Los ensayos de tracción, realizados con un texturómetro TA.XT2i, permitieron medir con precisión la fuerza y deformación de las probetas, generando datos procesados que determinan la rigidez y el módulo de elasticidad tangente de cada estructura. Los resultados mostraron una diferencia significativa en el comportamiento mecánico: la estructura de Delaunay exhibe mayor rigidez, pero menor eficiencia en comparación con Voronoi. Además, se observó que la estructura de Voronoi mostró un comportamiento más lineal. El análisis del área resistente equivalente reveló que la configuración geométrica influye en la eficiencia del uso del material. Este estudio aporta al campo de la ingeniería mecánica al analizar estas estructuras en el contexto de la manufactura aditiva, destacando su potencial para optimización de materiales. Se recomienda continuar la investigación en áreas como ensayos multiaxiales y el comportamiento bajo cargas dinámicas, para ampliar la aplicabilidad de estas estructuras.

Palabras clave: Impresión 3D, Delaunay, Voronoi, Propiedades mecánicas

Abstract

This research focused on the design, development, and validation of an experiment to compare the mechanical properties of Delaunay and Voronoi two-dimensional structures under tension. 3D-printed samples were designed with both configurations using TPU, chosen for its flexibility and deformation capacity. The tensile tests, performed with a TA.XT2i texture analyzer, allowed precise measurement of the force and deformation of the samples, generating processed data that determined the rigidity and tangent elastic modulus of each structure. The results showed a significant difference in mechanical behavior, with the Delaunay structure exhibiting higher rigidity but lower efficiency compared to Voronoi. Additionally, the Voronoi structure showed a more linear behavior. The equivalent resistant area analysis revealed that the geometric configuration influences material usage efficiency. This study contributes to the field of mechanical engineering by analyzing these structures in the context of additive manufacturing, highlighting their potential for material optimization. Further research is recommended in areas such as multiaxial testing and behavior under dynamic loads to expand the applicability of these structures.

Keywords: 3D printing, Delaunay, Voronoi, Mechanical properties

Tabla de contenido

1. Introducción	12
1.1. Contexto del proyecto	12
1.2. Justificación y relevancia	12
1.3. Hipótesis general de investigación	13
1.4. Objetivos generales y específicos	13
1.5. Difusión de los resultados	13
1.5.1. Informe de beca EVC-CIN	13
1.5.2. Conferencias y jornadas asistidas	14
1.5.3. Retroalimentación obtenida	14
1.6. Estructura general del informe	15
2. Marco teórico y estado del arte	16
2.1. Selección de bibliografía	16
2.2. Estado actual del conocimiento en el tema	16
2.2.1. Impresión 3D	16
2.2.2. TPU - Propiedades	22
2.2.3. Triangulación de Delaunay	22
2.2.4. Diagramas de Voronoi	23
2.2.5. Dualidad matemática, caso de Voronoi - Delaunay	24
2.2.6. Ensayos de tracción	26
2.3. Relación con las actividades reservadas al título	27
3. Metodología	28
3.1. Diseño experimental inicial	28
3.1.1. Descripción	28
3.1.2. Análisis de eficiencia y factibilidad	30
3.2. Diseño experimental final	31
3.2.1. Descripción	31
3.2.2. Justificación de la elección	32
3.3. Materiales y equipos	33
3.3.1. Herramientas, materiales y técnicas de fabricación de bancos de prueba	33
3.3.3. Otros equipos utilizados	36
3.4. Procedimiento experimental	37
3.4.1. Preparación de probetas	37
3.4.2. Realización de pruebas	38
3.4.3. Toma de datos	39
4. Desarrollo	41
4.1. Diseño experimental inicial	41
4.1.1. Análisis matemático	41
4.1.1.1. Caso regular	41
4.1.1.2. Caso general	43
4.1.2. Desarrollo del diseño	43

4.1.3. Creación de modelos	44
4.1.4. Impresión de prototipos	45
4.1.5. Construcción de caja estanca	45
4.1.6. Impresión de prueba en TPU	46
4.1.7. Análisis y decisión del cambio de diseño	47
4.2. Diseño experimental final	48
4.2.1. Modelado de nuevas probetas	48
4.2.1.1. Agarres rígidos	48
4.2.2. Fabricación de probetas	49
4.2.3. Desarrollo del experimento	50
4.2.4. Recopilación de datos	51
4.2.5 Prueba de rigidez - Probetas prismáticas	51
5. Análisis y resultados	52
5.1. Procesamiento de datos	52
5.2. Comparación de resultados experimentales	53
5.3. Evaluación del comportamiento del material	54
5.4. Estimación del módulo de elasticidad tangente	55
5.5. Variación de rigidez de probetas de Voronoi y Delaunay	56
5.6. Definición de área resistente equivalente	57
5.7. Cálculo de módulos de elasticidad tangentes, ensayos de tracción	59
5.8. Comparaciones entre estructuras	60
5.9. Validación de la hipótesis	61
5.10. Discusión de limitaciones	61
6. Conclusiones y recomendaciones	63
6.1. Resumen de hallazgos principales	63
6.2. Contribuciones al campo de la ingeniería mecánica	63
6.3. Alcances, limitaciones y propuestas para investigaciones futuras	63
7. Referencias bibliográficas	65
8. Anexos	67
8.1. Relaciones de igualdad de volumen	67
8.2. Dimensiones de probetas	68
8.3. Configuración para el modelado de probetas - Meshmixer	69
8.4. Parámetros de impresión	71
8.5. Hoja técnica del material - TPU Simpliflex de Grilon3	72
8.6. Hoja de datos de la impresora 3D	73

Índice de imágenes

2.1	RepRap versión 2.0, Mendel. Proyecto de código abierto originado en 2009 para la fabricación propia de la tecnología para uso doméstico.	17
2.2	Implantes de metales amorfos, placas para radio, impresos mediante tecnología SLS. Se adaptan a los movimientos de los huesos y facilitan el proceso de curación.	19
2.3	Férula rígida fabricada mediante FDM.	20
2.4	Triangulación de Delaunay de 10 puntos. El circuncírculo de cada triángulo no contiene vértices en su interior.	23
2.5	20 puntos en el plano y su partición del plano en celdas de Voronoi.	24
2.6	Dualidad entre la triangulación y la teselación del espacio. Nótese la línea de puntos al marcar los límites entre celdas abiertas o no acotadas.	25
2.7	Ensayo de tracción finalizado de una probeta polimérica. Se utiliza un extensómetro de largo recorrido para medir la elongación del espécimen.	26
3.1	Primer prototipo de probeta, a la derecha en posición de impresión, a la izquierda se observa el mismo tipo de probeta al plegarse.	28
3.2	Segundo prototipo de probetas, estructuras cilíndricas impresas en posición vertical. La primera versión, el par de probetas de la izquierda, presenta defectos de borde debidos al modelado, mientras que a la derecha se observa la modificación realizada en las siguientes versiones, con bordes cortados en secciones arbitrarias para ambas estructuras.	29
3.3	Diseño inicial del experimento, junto al modelo del banco de pruebas. Un teléfono celular alinea el lente de su cámara con el centro del espacio entre probetas, se infla el tubo neumático mediante la válvula, el cual está cerrado a las pérdidas mediante los bloques en los extremos. Los tubos en blanco mantienen a las probetas y al neumático en posición a lo largo del ensayo. La placa de fondo, en color negro, contrasta con el color blanco natural del TPU.	29
3.4	Modelos de probetas finales, a la izquierda la estructura de Delaunay, a la derecha su dual de Voronoi. En el centro se observa la superposición de ambas estructuras. Las probetas tienen de dimensiones finales de 170 mm de alto y 150 mm de ancho.	31
3.5	Analizador de textura TA.XT2i. Equipo pionero en el análisis instrumental de textura, desarrollado por Stable Micro Systems en 1989. Originalmente diseñado con una célula de carga de 25 kgF y panel de control integrado, permite realizar ensayos autónomos o conectados al software XTRA Dimension. Su versatilidad proviene de la amplia gama de sondas y accesorios desarrollados para aplicaciones diversas.	32
3.6	Vista del software Meshmixer mostrando una malla a la que se aplica el patrón Voronoi, transformado la malla plana bidimensional en una estructura tridimensional. Este software es una herramienta de Autodesk diseñada para el manejo avanzado de mallas, incluyendo la edición, reparación, y optimización de modelos para impresión 3D. Su funcionalidad de patrones permite transformar mallas básicas en estructuras complejas, utilizadas comúnmente en aplicaciones estructurales y estéticas.	34
3.7	Captura de la interfaz del software OnShape mostrando el diseño de un modelo de agarre para probetas. OnShape es una herramienta CAD basada en la nube que permite diseñar, modelar y colaborar en tiempo real. Su interfaz intuitiva y su capacidad de gestión de versiones facilitan el desarrollo de piezas y ensamblajes, como los agarres que complementan las estructuras probadas en este proyecto.	35

3.8	Vista de la impresora 3D Creality Sermoon V1 Pro, utilizada para la fabricación de las probetas del proyecto. Este equipo cuenta con un sistema de extrusión directa, ideal para materiales técnicos como el TPU, y un diseño cerrado que mejora la estabilidad térmica durante la impresión. Su facilidad de uso y precisión la hacen adecuada para prototipos y aplicaciones experimentales.	35
3.9	Material utilizado en la impresión de las probetas, SimpliFlex de Grilon3. Se observa a la izquierda un extracto de su hoja de datos proporcionada por el fabricante. Estas propiedades se deben a la alta temperatura de fundición de 225 °C, y la baja temperatura de vitrificación, que ronda los 60 °C.	36
3.10	Caja estanca de filamentos. A la izquierda, se observa la caja en funcionamiento, alimentando una impresora 3D para mantener las propiedades del filamento TPU durante la impresión. A la derecha, se muestra el nivel de humedad interna, visible gracias al material transparente de la caja. Este sistema permite controlar las condiciones ambientales y prolongar la calidad del filamento higroscópico.	37
3.11	Antes y después de unificar los modelos. Si se imprime sin combinar, como se observa en la figura de la izquierda, se superponen pasadas de filamento en la unión, se generan fallas y el material no se dispone de modo que resista de manera óptima los esfuerzos.	38
3.12	Ensayo en progreso y resultados comparados en software. Texture Expert es una herramienta desarrollada para controlar y analizar ensayos realizados con equipos de análisis de textura, como el texturómetro TA.XT2i.	39
3.13	Interfaz del programa, se observan los parámetros a configurar del ensayo. Se permite monitorear datos en tiempo real y confirmar la fiabilidad de los resultados.	40
4.1	El análisis sobre el caso regular se realiza sobre una red de triángulos equiláteros infinita en todas direcciones. Los nodos de esta red generan su dual, compuesto por celdas de hexágonos regulares. La celda patrón, que se repite en todas direcciones, se observa en color tanto para la estructura de Delaunay como para Voronoi. Al realizar el conteo, cada patrón tiene un total de seis aristas de igual longitud,, por lo que la relación de longitud entre aristas define la relación final.	42
4.2	Representación del volumen de cada estructura, en verde el volumen de Delaunay y en rojo el de Voronoi.	42
4.3	A la izquierda, detalle de la estructura sobre la malla original. Obsérvese que la estructura de Voronoi no es generada para las semirrectas infinitas en línea punteada representadas a la derecha, que corresponden a las celdas de los nodos externos.	43
4.4	Etapas del proceso de creación de los modelos. Nótese la extensión inicial de la malla generadora, en este caso, de 200 mm y los modelos resultantes de 150 mm.	44
4.5	Prototipos impresos en PLA. En esta etapa se notó el efecto sobre los bordes.	45
4.6	Proceso de fabricación. Se realizó con el uso de herramientas de mano y materiales de común disponibilidad.	45
4.7	Secado del gel de sílice en un horno. Este proceso fue realizado en dos ocasiones a lo largo del proyecto.	46
4.8	Resultados de las pruebas de impresión en TPU. A la izquierda el atasco generado por la irregularidad del diámetro del filamento. Se determinó que la causa de este problema fue el haber usado anteriormente el mismo en otra impresora, la cual había aplastado el material en el último tramo. A la derecha las pruebas de impresión de probetas, en el que se observa el efecto del “stinging”.	46
4.9	Banco de pruebas parcialmente ensamblado. El proceso fue interrumpido por el cambio de diseño. Este equipo se donó a la institución para futuras experiencias.	47

4.10	Resultado final del modelado de probetas. El tamaño promedio de los elementos se definió en 14 mm, configurando el remallado para una regularidad de valor 10, con bordes libres.	48
4.11	Última mejora del elemento de fijación de las probetas.	49
4.12	A la izquierda la impresión de la probeta en proceso, con el resultado a la derecha.	49
4.13	Probetas impresas, con los insertos de acero expuestos. El ajuste generado por la flexibilidad del material y la sobre extrusión natural de la impresión, hicieron las cavidades huecas de cinco milímetros ideales para las varillas del mismo diámetro.	50
4.14	Ensayo en curso. Nótese la naturaleza de los accesorios, los cuales difieren en dimensiones. El superior posee un área de contacto más concentrada en el centro de la probeta, que deformaría de manera irregular una probeta sin extremos rígidos.	50
4.15	A la izquierda, la disposición del material en paralelo con el esfuerzo en la parte prismática. A la derecha, las probetas prismáticas fabricadas presentando los mismos defectos que el resto de las probetas, al imprimirse con la misma configuración.	51
5.1	Gráfica de los datos en crudo de un ensayo inválido. El inicio de ensayo de ambas probetas se señalan con una flecha azul.	52
5.2	Gráfica de las observaciones obtenidas del equipo, para las probetas de estructuras.	53
5.3	Datos resultantes procesados. Se nota la naturaleza lineal del comportamiento de las probetas de Voronoi frente al comportamiento de Delaunay que cambia su pendiente con la deformación. Esta observación es la primera prueba de veracidad de la hipótesis establecida.	53
5.4	Datos promediados por tipo de estructura. Se disponen también los coeficientes R2 de determinación para cada recta ajustada. Esta diferencia justifica un análisis más profundo.	54
5.5	Recorridos creados por el software laminador en la impresión de probeta de Voronoi. La configuración fue definida como concéntrica para lograr este resultado. Los esfuerzos axiales sobre las barras son resistidos en la misma dirección que la disposición del material.	55
5.6	Respuesta medida del módulo de elasticidad tangente ante la deformación. Se ajusta a esta una recta mediante mínimos cuadrados.	56
5.7	Evolución de la rigidez a medida que transcurre el experimento. Cada valor representa de manera instantánea cuánto aumenta la fuerza necesaria si se deformara al doble de su longitud inicial. La rigidez crece a lo largo del experimento, pero su crecimiento se desacelera para ambas probetas con la deformación.	57
5.8	Comparación de áreas resistentes equivalentes. Se observa un comportamiento marcado de las probetas de Voronoi que aumentan su área resistente equivalente a medida que se deforman, esto se presume que es causado por el acomodamiento de los elementos que constituyen a la estructura, que se alinean al esfuerzo y ofrecen mayor resistencia. Este análisis también permite confirmar que, efectivamente, el área resistente equivalente de las probetas no supera nunca a las máximas establecidas.	58
5.9	Gráfica similar a las áreas resistentes equivalentes al haberse dividido por un área constante para la probeta prismática.	59

5.10	Se observa la comparación entre la probeta prismática y las probetas de estructuras.	59
5.11	Se observan los resultados calculados. La tensión ensayada en la probeta prismática es la más alta para cualquier deformación. Las probetas de Delaunay presentan tensiones equivalentes cercanas a un 85% la máxima posible, mientras que las de Voronoi rondan el 60%.	60
5.12	Se identifica una clara tendencia: las tensiones efectivas en Delaunay son consistentemente entre 1.4 y 1.5 veces mayores que en Voronoi. Además, esta relación se mantiene relativamente constante a lo largo de la deformación, desde 2% hasta 5%. Esto sugiere que, en un ensayo de rotura, las probetas de reticulados podrían alcanzar el fallo antes que su contraparte dual, debido a las tensiones efectivas más elevadas.	60
5.13	Se observa una clara tendencia lineal de pendiente negativa. Esta relación muestra que, al comparar las gráficas tensión-deformación, la pendiente de Delaunay disminuye de forma constante con la deformación en relación con la de Voronoi. A medida que la deformación aumenta, la respuesta del reticulado tiende gradualmente hacia la de su dual. Se presume que ambas pendientes se igualarían en deformaciones mayores.	61
8.1	Cotas generales de probeta de Delaunay. La distribución de los elementos es aleatoria.	68
8.2	Cotas específicas de los agarres de las probetas.	68
8.3	Pasos realizados en el modelado en la probeta de Voronoi del ensayo B, 300 mm.	70
8.4	Configuraciones de las herramientas utilizadas en el proceso de modelado.	70
8.5	Configuraciones del slicer UltiMaker Cura 5.7.0, para Creality Sermoon V1 Pro.	71
8.6	Propiedades garantizadas por el fabricante del filamento con que se fabrican las probetas del presente informe.	72
8.7	Datos técnicos extraídos del manual de la impresora Creality Sermoon V1 Pro.	73

1. Introducción

La ingeniería mecánica es una rama de la ingeniería especialmente versátil que comprende diversas áreas, entre ellas el análisis estructural, ciencia de los materiales, diseño, cálculo mediante elemento finito y simulaciones. Esta disciplina desempeña un papel fundamental en la investigación y creación de soluciones novedosas a problemas complejos. En este marco, se estudia la resistencia de materiales desarrollando competencias en diseño experimental, fabricación aditiva y evaluación mecánica. Este trabajo se lleva a cabo con un enfoque académico, empleando metodologías modernas de desarrollo y validación.

1.1. Contexto del proyecto

En el transcurso de la asignatura Mecánica de los sólidos, se analizaron reticulados de triángulos. Con estas estructuras se alcanza un máximo de rigidez, considerando fija la cantidad de material, asumiendo condiciones de carga estática y materiales isotrópicos. Esta configuración es utilizada a gran escala en estructuras y edificaciones, pero también a mediana y pequeña escala, considerando materiales semi-homogéneos o porosos.

Bajo esta luz, nace la idea de comparar dos estructuras y realizar el análisis de sus características de rigidez. Se confrontan dos disposiciones de material, en una de ellas, representativa de un cuerpo homogéneo, sus elementos resisten mayormente esfuerzos axiales y su rigidez es máxima, en la otra, matemáticamente dual, sus elementos no sólo resisten tracción y compresión sino también flexión, representando una alternativa de rigidez menor. El entendimiento, estudio y cuantificación de esta diferencia crítica en el comportamiento, aumenta la capacidad de controlar la rigidez de una estructura con sólo modificar su configuración. La idea implica que la comparación entre esta estructura y su contraparte o dual matemático, produciría resultados de utilidad al considerar la gran cantidad de sus aplicaciones.

1.2. Justificación y relevancia

La relevancia del proyecto radica en su contribución al avance del conocimiento en el campo de la tecnología de materiales, manufactura aditiva, análisis experimental y estructural. Este enfoque es particularmente valioso al tener en cuenta que es una combinación de múltiples campos, uniendo lo teórico con lo práctico. También es importante destacar que se integran actividades de diseño y fabricación con análisis estructural, alineándose directamente con las actividades reservadas al título. Se destaca a su vez, la participación en eventos académicos que permiten divulgar los resultados de este análisis, obteniendo retroalimentación y consolidando su impacto.

Múltiples aplicaciones de ingeniería se benefician y toman ventaja de la investigación en materiales porosos, impresión 3D y el control de rigidez, generando impacto significativo en campos como la medicina, donde se aplican en implantes óseos personalizados y regeneración de tejidos; el aeroespacial, para crear componentes ligeros y resistentes; la construcción, con materiales innovadores para estructuras y aislantes; y la energía, en el diseño de electrodos porosos para almacenamiento eficiente. Además, destacan aplicaciones en robótica con exoesqueletos y robots blandos, y en medio ambiente, con membranas para filtración y tratamiento de agua. Estas tecnologías abren nuevas posibilidades para desarrollar soluciones avanzadas y sostenibles.

1.3. Hipótesis general de investigación

Las estructuras generadas a partir de la triangulación de Delaunay y la teselación de Voronoi, a pesar de ser matemáticamente duales y estar compuestas por la misma cantidad de material, presentan diferencias significativas en su comportamiento estructural debido a las diferencias geométricas inherentes a cada tipo de estructura.

1.4. Objetivos generales y específicos

Objetivo principal: Diseñar, desarrollar y validar un experimento que pruebe la existencia de una diferencia cuantitativa entre las propiedades mecánicas al analizar dos estructuras bidimensionales mediante un enfoque experimental riguroso que integre herramientas de diseño avanzado y técnicas adecuadas de análisis de resultados.

Objetivos específicos:

- Realizar una revisión bibliográfica exhaustiva para determinar el estado del arte y los últimos avances en los temas relacionados a la manufactura aditiva, a las estructuras bidimensionales y al análisis de las mismas.
- Diseñar un experimento que permita evaluar las posibles diferencias a observar entre dos estructuras modeladas a partir de teselaciones.
- Modelar, fabricar y optimizar los prototipos necesarios mediante técnicas de manufactura aditiva.
- Analizar los datos obtenidos y realizar comparaciones, presentar los resultados y proponer mejoras basadas en los hallazgos.

1.5. Difusión de los resultados

En la siguiente sección se discute la difusión que tuvieron los resultados tanto intermedios como finales en el transcurso de la realización de este proyecto. La realización de este trabajo, en marco de la beca EVC-CIN, incluyó la participación de múltiples eventos de interés académico. Este esfuerzo tuvo un impacto sustancial y la retroalimentación recibida fue crítica en el avance de la investigación.

1.5.1. Informe de beca EVC-CIN

El trabajo realizado como parte de la beca EVC-CIN se integró dentro del marco del proyecto integrador presente, cumpliéndose objetivos y plazos establecidos. La obtención de la beca fue resultado de un proceso de selección competitivo, destacando la relevancia del trabajo propuesto. Durante el período de la beca, se desarrollaron actividades de investigación y experimentación alineadas con los objetivos planteados, documentando cada etapa del avance.

Al finalizar el período estipulado, se elaboró un informe final en el que se detallaron los resultados obtenidos, las metodologías empleadas y las conclusiones derivadas de la investigación. Este informe sirvió como una síntesis formal del trabajo realizado, destacando los aportes específicos vinculados a la beca y su contribución al desarrollo del proyecto global. Este informe se encuentra anexado en su correspondiente sección.

Además, el trabajo realizado bajo este esquema fue presentado en diversos eventos académicos, fortaleciendo la difusión de los resultados y favoreciendo el intercambio de conocimientos con la comunidad científica. Estas actividades permitieron enriquecer el proyecto a través de la retroalimentación recibida y aumentar su visibilidad en un contexto académico más amplio.

1.5.2. Conferencias y jornadas asistidas

En la siguiente se enumeran los distintos eventos académicos en los cuales el trabajo presente formó parte (expositor subrayado):

- **Delaunay vs Voronoi: Una comparación de estructuras y dimensiones.** Rodrigo J. Bautista. Tutora. Andrea B. Ridolfi. Concurso de Estudiantes del Decimosegundo Encuentro de Investigadores y Docentes de Ingeniería- XII EnIDI, octubre 2023.
- **Optimización del uso de material en impresión 3D mediante teselaciones: un estudio comparativo entre Delaunay y Voronoi.** Bautista R., Ridolfi, A., Millán D. XXVIII Jornada de Investigación. Octubre 2024.
- **Celdas Generalizadas de Voronoi: factibilidad y estabilidad robusta.** Ridolfi A., Vera de Serio V., Goberna M. A., Dussel M. E., Virga M., Larriqueta M., Muzi N., Bautista R., Bocci D., Moyano N. XXVIII Jornada de Investigación. Octubre 2024.
- **Análisis de teselaciones en impresión 3D: Optimización del material mediante geometrías de Delaunay y Voronoi.** Bautista R., Ridolfi A., Millán D. 2º Encuentro de Investigadores en Ciencias Aplicadas EICA, Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, Universidad Nacional de Cuyo, agosto 2024.
- **Programación Lineal y sus aplicaciones.** Ridolfi A., Vera de Serio V., Goberna M. A., Dussel M. E., Virga M., Larriqueta M., Muzi N., Bautista R., Bocci D., Moyano N. 2º Encuentro de Investigadores en Ciencias Aplicadas EICA, Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, Universidad Nacional de Cuyo, agosto 2024.
- **Optimization of 3D Printing Materials: Voronoi vs. Delaunay.** Rodrigo J. Bautista, Andrea B. Ridolfi, Daniel R. Millán. UR Inspiration Conference 2024. Octubre 2024.

1.5.3. Retroalimentación obtenida

La participación en estas reuniones tuvo un importante efecto en la realización de este trabajo. Cada pregunta recibida en estos eventos generó un cambio en la manera en qué y cómo se realizan y analizan las distintas experiencias y mediciones en pos de alcanzar el objetivo propuesto.

El efecto más importante que tuvo la retroalimentación sobre este trabajo fue el motivo por el que se hizo un rediseño del experimento. Al exponerse y presentarse el trabajo que se estaba realizando y las dificultades que se habían encontrado, se sugirió el uso del texturómetro TA.XT2i, el cual había sido adaptado para realizar ensayos de tracción a pequeña escala. Esta sugerencia habría sido la única forma en que este equipo pudiera ser considerado como máquina de ensayos de tracción.

1.6. Estructura general del informe

A continuación se describe el marco teórico y estado del arte, la metodología y herramientas a aplicar, seguido por el desarrollo de las actividades planteadas. Después, se realiza un análisis de las mediciones, una exposición de los resultados y las conclusiones finales sobre los hallazgos pertinentes. Finalmente, se anexan los informes difundidos y registro fotográfico.

2. Marco teórico y estado del arte

Esta sección presenta los fundamentos conceptuales y científicos que sustentan el desarrollo del proyecto, así como un análisis del estado actual de las tecnologías y metodologías utilizadas. Se abordan temas clave como los principios de la impresión 3D, las propiedades mecánicas de los materiales empleados, el diseño y análisis de estructuras celulares, y los métodos experimentales aplicados. Además, se incluye una revisión de las herramientas y avances relevantes en el campo, situando el trabajo en el contexto de las investigaciones actuales.

2.1. Selección de bibliografía

En el desarrollo del proyecto, se realizó una búsqueda exhaustiva de artículos científicos, libros y reportes técnicos, relacionados a manufactura aditiva, optimización de materiales, aplicaciones de teselaciones, ensayos de estructuras, y otros temas afines al proyecto. Esta búsqueda se llevó a cabo mediante el uso de bases de datos académicas como Scopus, IEEE Xplore y ScienceDirect, con el objetivo de identificar investigaciones recientes y enfoques metodológicos relevantes. Los criterios de selección incluyeron:

- Año de publicación, para obtener información actualizada, seleccionando en la mayoría de los casos artículos de reciente publicación..
- Relevancia técnica y relación directa con los objetivos del proyecto.
- Credibilidad de las fuentes, priorizando artículos indexados en revistas de alto impacto.

Como resultado, se seleccionaron artículos clave que aportaron fundamentos teóricos y estudios de caso que orientaron el diseño del experimento y el análisis de datos.

2.2. Estado actual del conocimiento en el tema

2.2.1. Impresión 3D

La impresión 3D, también conocida como manufactura aditiva, se basa en la creación de objetos físicos mediante la adición sucesiva de material a partir de un modelo digital en CAD. Este enfoque innovador ha transformado significativamente la fabricación, permitiendo la personalización masiva, reduciendo costos y mejorando la eficiencia productiva (Abdulhameed et al., 2019) en sectores como la salud, la automoción, la industria aeroespacial y más (Wong et al., 2012).

Historia y evolución

La impresión 3D ha experimentado una notable evolución desde sus inicios hasta la actualidad. En 1974, surgieron los primeros equipos y materiales de fabricación aditiva. En 1981, Hideo Kodama inventó dos métodos para crear modelos 3D de plástico con un polímero fotoendurecible. 1984 marcó un hito con dos desarrollos clave:

- Alain Le Méhauté, Olivier de Witte y Jean Claude André presentaron una patente para la estereolitografía.
- Chuck Hull desarrolló un sistema prototipo basado en estereolitografía, utilizando láseres de rayos ultravioleta para curar fotopolímeros. Hull también creó el formato de archivo STL, fundamental en la impresión 3D actual.

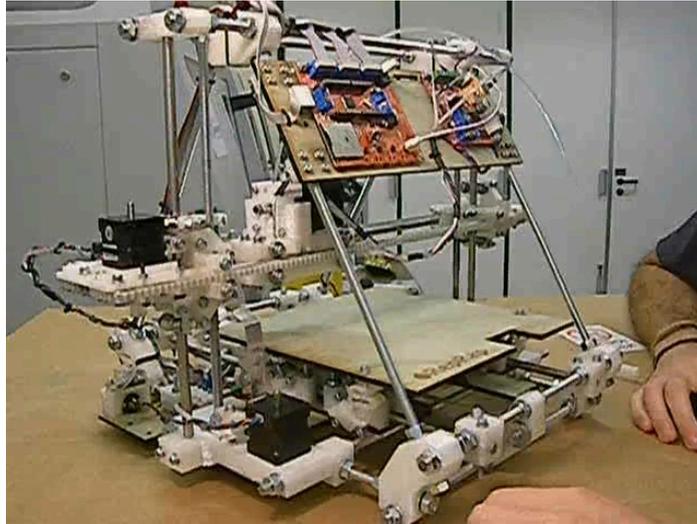


Figura 2.1 - RepRap versión 2.0, Mendel. Proyecto de código abierto originado en 2009 para la fabricación propia de la tecnología para uso doméstico. Fuente: <http://vimeo.com/6865848>.

El término "impresión 3D" se originó en el MIT, refiriéndose a un proceso con cabezales de impresión de chorro de tinta. En sus primeras etapas, la impresión 3D se empleó principalmente para prototipos y diseños. (Wong et al., 2012) Con el tiempo, el modelado por deposición fundida (FDM) se convirtió en la tecnología más popular, especialmente para aficionados y consumidores. A partir de 2003, la venta de impresoras 3D aumentó considerablemente, mientras que sus costos disminuyeron.

La impresión 3D actual se caracteriza por:

- Diversidad de tecnologías: FDM, estereolitografía, sinterizado selectivo por láser (SLS), entre otras. Cada tecnología tiene sus propias ventajas y limitaciones.
- Amplia gama de materiales: Plásticos, resinas, metales, e incluso materiales comestibles.
- Aplicaciones en diversos campos: Prototipado, producción final, repuestos, medicina, arte, moda, alimentación, entre otros.

Principios de la manufactura aditiva

La manufactura aditiva, también conocida como impresión 3D, se basa en el principio de construir objetos tridimensionales capa por capa a partir de un diseño digital. Este proceso, en contraste con las técnicas de manufactura sustractivas que eliminan material de un bloque sólido, se caracteriza por la adición gradual de material para dar forma al objeto deseado. Según Gibson et al. (2020), Horvath y Cameron (2020), el proceso fundamental de la manufactura aditiva se puede resumir en los siguientes pasos:

- Diseño Digital: El proceso comienza con un modelo 3D del objeto, creado mediante un software de diseño asistido por computadora (CAD) o modelado 3D.
- Conversión a Formato Adecuado: El modelo 3D se convierte a un formato compatible con la impresora 3D, como STL (estereolitografía) o VRML. El archivo define la geometría del objeto en capas horizontales. Las mallas de

triángulos utilizados en estos formatos permiten una alta precisión en la impresión y son un formato universalmente utilizado en la impresión 3D.

- Preparación de la Impresora: Se configura la impresora 3D con el material adecuado y se ajusta la temperatura y otros parámetros según la tecnología utilizada.
- Impresión Capa por Capa: La impresora deposita o solidifica el material capa por capa, siguiendo las instrucciones del archivo digital.
- Postprocesamiento: Una vez completada la impresión, el objeto puede requerir procesos adicionales de limpieza, curado o acabado, dependiendo de la tecnología y el material utilizados.

Técnicas de manufactura aditiva:

Las fuentes mencionan cuatro técnicas principales de manufactura aditiva:

1. Aditivas: Donde el material se deposita capa por capa.
2. Sustractivas: Donde se elimina material de un bloque sólido.
3. Por Conformado: Donde se utiliza fuerza y moldes para modelar el material.
4. Híbridas: Que combinan dos o más de las técnicas anteriores.

Tecnologías de impresión 3D:

Dentro de las técnicas aditivas, existen diversas tecnologías de impresión 3D que se diferencian en los materiales y procesos utilizados para crear cada capa. Algunas de las tecnologías más comunes son:

- Modelado por Deposición Fundida (FDM/FDM): Utiliza un filamento de material termoplástico que se funde y se deposita capa por capa. Es popular por su bajo costo y facilidad de uso.
- Estereolitografía (SLA): Emplea un láser ultravioleta para solidificar una resina líquida fotopolimérica capa por capa. Ofrece alta precisión dimensional y un acabado liso.
- Fotopolimerización por Luz Ultravioleta (SLC): Similar a la SLA, pero utiliza un proyector de procesamiento digital de luz o DLP en lugar de un láser para solidificar la resina.
- Sinterizado Selectivo por Láser (SLS): Utiliza un láser para fusionar un polvo de material, ya sea plástico, metal o cerámica, capa por capa. Permite crear objetos con geometrías complejas y alta resistencia.
- PolyJet: Similar a una impresora de inyección de tinta, pero deposita un polímero líquido que se cura al instante con luz UV.

Cada tecnología tiene ventajas y desventajas en términos de costo, velocidad, precisión, materiales y acabados.



Figura 2.2 - Implantes de metales amorfos, placas para radio, impresos mediante tecnología SLS. Se adaptan a los movimientos de los huesos y facilitan el proceso de curación. Fuente: Heraeus. [Amorphous metals for medical technology](#).

Materiales:

La variedad de materiales disponibles para la impresión 3D ha aumentado significativamente, permitiendo aplicaciones en diversos campos, como mencionan Gibson (2020), Horvath y Cameron (2020). Los materiales más comunes incluyen:

- Termoplásticos: como el PLA (ácido poliláctico) y el ABS (acrilonitrilo butadieno estireno), utilizados en FDM.
- Resinas: utilizadas en SLA y DLP, ofrecen alta resolución y permiten crear objetos con detalles finos.
- Metales: como el titanio y el acero inoxidable, utilizados en SLS y otras tecnologías de impresión de metales.
- Materiales comestibles: como chocolate y azúcar, utilizados en impresoras 3D de alimentos.

Resolución y tolerancia de impresión:

La resolución de una impresora 3D se refiere a la capacidad de posicionamiento del material, mientras que la tolerancia de impresión se relaciona con la precisión dimensional final del objeto. La resolución en el eje vertical (Z) se define por el espesor de capa, mientras que en el plano horizontal (X-Y) se mide en puntos por pulgada (ppp). La tolerancia de impresión depende de la tecnología, el material y otros factores.

Aplicaciones:

La manufactura aditiva ha encontrado aplicaciones en una amplia gama de industrias, incluyendo:

- Prototipado: creación rápida de prototipos físicos para pruebas y validación.
- Producción final: fabricación de productos finales a pequeña escala o personalizados.

- Repuestos: producción de repuestos a medida para equipos o maquinaria.
- Herramientas y plantillas: creación de herramientas personalizadas y plantillas de fabricación.
- Educación: visualización de conceptos y creación de modelos educativos.
- Alimentación: impresión de alimentos personalizados o con diseños complejos.
- Arqueología: replicación de fósiles, antigüedades y piezas de valor cultural.
- Arte: creación de esculturas, instalaciones y obras de arte.
- Moda: diseño y producción de ropa, calzado y accesorios.
- Medicina: modelos anatómicos, prótesis, implantes y órganos artificiales.
- Ingeniería de tejidos: impresión de tejidos biológicos para investigación médica y potencialmente para trasplantes.



Figura 2.3 - Férula rígida fabricada mediante FDM. Crédito: sjpiper145, Fuente: AUTODESK Instructables [Custom 3D Printable Braces for Arm](#).

La impresión 3D tiene el potencial de transformar diversas industrias y áreas de la vida, desde la medicina (Liaw y Guvendiren, 2017), la educación (Ford y Minshall, 2017), hasta la fabricación (Sathish et al., 2018) y la exploración espacial (Wong, 2016). Continuar explorando y avanzando en esta tecnología puede llevar a descubrimientos y desarrollos significativos con impactos duraderos.

Anisotropía en impresión 3D

La anisotropía en las impresiones 3D se refiere a la variación de las propiedades mecánicas de un objeto impreso en función de la dirección en la que se aplican las fuerzas. Esto significa que un objeto impreso en 3D puede ser más resistente en una dirección que en otra, como estudian Kok et al. (2018), Torrado y Robertson (2016). Este fenómeno es una característica común de las piezas fabricadas con tecnologías de impresión 3D.

Causas de la anisotropía:

La anisotropía en las impresiones 3D se produce principalmente debido a la naturaleza capa por capa del proceso de impresión. Las capas impresas, especialmente en tecnologías como el Modelado por Deposición Fundida (FDM), no se fusionan completamente entre sí, creando interfaces más débiles en comparación con el material sólido.

Influencia de la orientación de impresión y el patrón de rastro:

- Orientación de impresión: la resistencia de una pieza impresa en 3D puede variar significativamente dependiendo de si se imprime en la orientación horizontal (XYZ) o vertical (ZXY). Los especímenes impresos verticalmente (ZXY) suelen tener menor resistencia a la tracción que sus contrapartes horizontales (Kok et al., 2018).
- Patrón de rastro: el patrón de rastro, es decir, la dirección en la que se depositan los filamentos de material en cada capa, también influye en la anisotropía. Un patrón de rastro transversal, donde los filamentos se orientan perpendicularmente a la longitud de la pieza, simula la morfología de una pieza impresa verticalmente y, por lo tanto, puede resultar en una menor resistencia a la tracción (Torrado y Robertson, 2016).

Efectos de la anisotropía en las propiedades mecánicas:

- Resistencia a la tracción: la anisotropía afecta principalmente a la resistencia a la tracción, que es la capacidad de un material para resistir la rotura al ser estirado. Las piezas impresas en 3D son generalmente más débiles en la dirección perpendicular a las capas de impresión.
- Resistencia al impacto: la resistencia al impacto, que es la capacidad de un material para absorber energía durante un impacto, también se ve afectada por la anisotropía.
- Módulo elástico: el módulo elástico, que mide la rigidez de un material, puede variar en diferentes direcciones debido a la anisotropía.

Estudio del efecto de la geometría en la anisotropía:

El estudio de Torrado y Robertson, (2016) evaluó la influencia de la geometría de las probetas de ensayo de tracción en la evaluación de las propiedades mecánicas anisotrópicas en piezas impresas en 3D con ABS. Se utilizaron tres tipos de probetas con diferentes áreas de sección transversal (Tipo I, IV y V) y se imprimieron con diferentes patrones de rastro.

Resultados: los resultados mostraron una dependencia geométrica en las propiedades mecánicas anisotrópicas. Las probetas de Tipo I impresas con un patrón de rastro transversal (simulando una orientación vertical) produjeron valores de resistencia a la tracción significativamente más bajos en comparación con los Tipos IV y V.

Conclusión: el estudio sugiere que la geometría de la probeta puede influir en la evaluación de la anisotropía, y se recomienda incluir múltiples geometrías de probeta en los estándares de ensayo de materiales impresos en 3D.

Implicaciones para el diseño y la fabricación:

La anisotropía es un factor crucial a tener en cuenta al diseñar y fabricar piezas mediante impresión 3D, ya que puede afectar significativamente la resistencia y la durabilidad del objeto final. Es fundamental comprender cómo la orientación de impresión, el patrón de rastro y la geometría de la pieza influyen en la anisotropía para optimizar el diseño y garantizar la funcionalidad del producto.

2.2.2. TPU - Propiedades

El TPU, siglas de poliuretano termoplástico, es un material elastómero comúnmente utilizado en la impresión 3D FDM debido a su capacidad para estirarse y doblarse. En este trabajo, se utiliza para la fabricación de probetas. Sus propiedades mecánicas se deben a los enlaces cruzados físicos entre los segmentos blandos, basados en cadenas de poliéster/poliéter, y los segmentos duros, basados en isocianatos. La impresión con TPU en máquinas FDM presenta retos, ya que la baja rigidez de los filamentos puede provocar el pandeo y dificultar el control de la extrusión. Este problema se acentúa cuanto más blando sea el material.

En comparación con el PLA, que es un material rígido comúnmente usado en la impresión 3D, el TPU presenta una mayor elongación a la rotura y una menor resistencia a la tracción. Según los estudios de Bruère et al. (2023), la estructura interna del TPU impreso en 3D influye en su elasticidad. Por ejemplo, las estructuras de panal proporcionan una mayor rigidez, resistencia, plasticidad y absorción de energía que las estructuras giroides. La orientación de la impresión también afecta las propiedades mecánicas del TPU. Las piezas impresas en plano y con orientación de borde tienen mejor resistencia a la tracción y deformabilidad que las impresas en borde.

Además, el TPU es sensible a la humedad, lo que puede afectar tanto la calidad final de las piezas como el proceso de extrusión, llegando incluso a interrumpir los trabajos de impresión como estudiaron también Bruère et al. (2022). La absorción de humedad por el filamento antes de la impresión puede provocar una subextrusión relacionada con el sistema de alimentación. Para mitigar estos efectos, se recomienda secar el filamento a 50 °C durante 4–6 h si se detectan signos de absorción de humedad y almacenarlo en una caja con control de humedad durante la impresión.

Para optimizar la impresión de TPU, se sugiere utilizar líneas de contorno y una orientación alterna del relleno para una mejor integridad de la pieza. La orientación alterna de 0°–90° y 45°–135° ofrece un comportamiento similar y beneficia la integridad de la pieza, mientras que la orientación unidireccional a 90° sin líneas de contorno perjudica la resistencia a la tracción debido a la delaminación según lo estudiado en las fuentes mencionadas. En general, comprender la influencia de los parámetros de impresión en el comportamiento del TPU es fundamental para mejorar el proceso de impresión y ampliar las aplicaciones de los elastómeros impresos en 3D.

2.2.3. Triangulación de Delaunay

La triangulación de Delaunay, a veces escrita fonéticamente como "Deloné", es una red de triángulos conexos que satisface la condición de Delaunay. Esta condición establece que la circunferencia circunscrita de cada triángulo de la red no debe contener ningún vértice de otro triángulo. (Delaunay, 1934) Aunque esta definición se aplica a espacios bidimensionales, también puede extenderse a espacios tridimensionales o incluso a

dimensiones superiores, reemplazando la circunferencia circunscrita por la esfera circunscrita.

Este tipo de triangulación debe su nombre a Boris Nikolaevich Delone (Delaunay) (1890-1980), un matemático ruso que la desarrolló en 1934.

Entre las propiedades más destacadas de la triangulación de Delaunay, se encuentra que su frontera externa coincide con la envolvente convexa del conjunto de puntos, y que maximiza el ángulo mínimo dentro de los triángulos, lo que evita la formación de ángulos demasiado agudos. Los triángulos resultantes tienden a ser lo más equiláteros posible, garantizando una calidad geométrica favorable para aplicaciones prácticas.

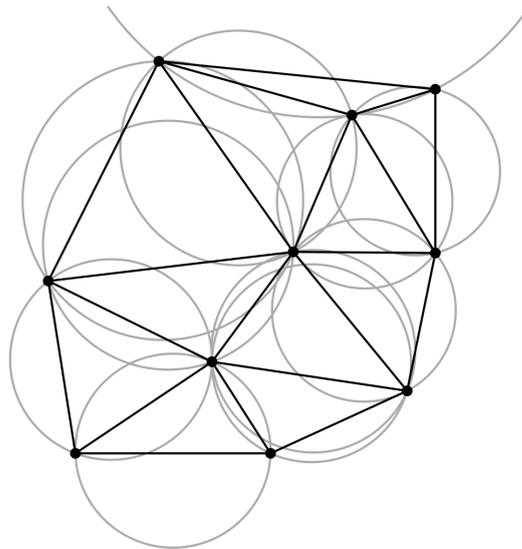


Figura 2.4 - Triangulación de Delaunay de 10 puntos. El circuncírculo de cada triángulo no contiene vértices en su interior.

La triangulación de Delaunay es única, salvo en casos donde los vértices están perfectamente alineados. Además, existe una estrecha relación entre esta y otras estructuras geométricas. Por ejemplo, el grafo de Gabriel (Gabriel & Sokal, 1969) y el grafo del vecino más cercano son subgrafos de las aristas de la triangulación de Delaunay. Esto implica que todas las aristas de estos grafos pertenecen a algún triángulo de la triangulación. Asimismo, cada punto del conjunto de entrada estará conectado mediante una arista con su punto más cercano (Hjelle & Dæhlen, 2006).

La propiedad de maximizar los ángulos interiores de los triángulos es especialmente útil en geometría computacional, ya que minimiza errores de redondeo que suelen presentarse en triangulaciones arbitrarias con ángulos extremadamente pequeños (Gallier & Quaintance, 2017). Esta característica convierte a la triangulación de Delaunay en una herramienta clave para cálculos precisos y robustos.

2.2.4. Diagramas de Voronoi

Un diagrama de Voronoi divide un espacio en regiones según la proximidad a un conjunto de puntos específicos, denominados "sitios". En términos simples, si se tiene un grupo de puntos dispersos en un plano, el diagrama traza líneas que separan el espacio de manera que cada región quede más cerca de un sitio específico que de cualquier otro (Aurenhammer et al., 2012).

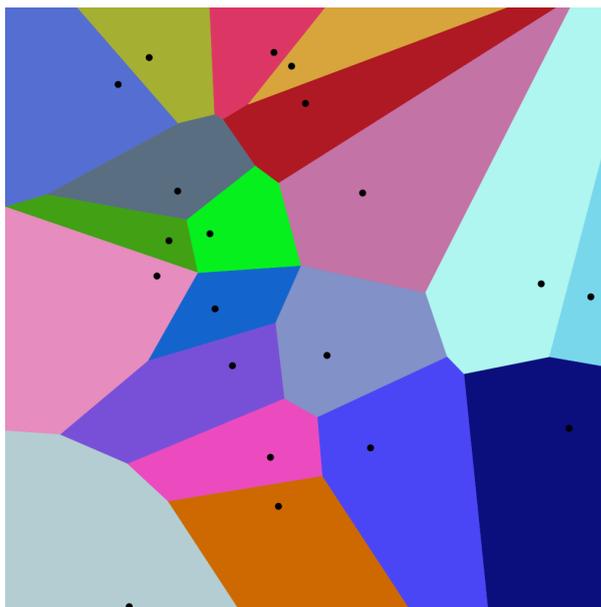


Figura 2.5 - 20 puntos en el plano y su partición del plano en celdas de Voronoi. Crédito: Balu Ertl. Fuente: [Wikipedia - Diagrama de Voronoi](#).

Cada región se denomina celda de Voronoi y representa el área de influencia del sitio asociado. Las líneas que delimitan estas celdas funcionan como fronteras que separan los territorios de cada sitio. Dentro de una celda, cualquier punto estará más cerca del sitio correspondiente que de cualquier otro sitio del diagrama.

Un ejemplo práctico podría ser un mapa que muestra la ubicación de varias tiendas de café. El diagrama de Voronoi indicaría qué zonas del mapa están más cerca de cada tienda en particular. Para encontrar la tienda más cercana, bastaría con identificar en qué celda del diagrama te encuentras.

Existen múltiples aplicaciones a estas teselaciones, algunas afectan directamente la vida diaria de la sociedad, como es la anticipación a los requerimientos de una red móvil y la ubicación más efectiva de las antenas para su funcionamiento (Cortes et al., 2004), o la caracterización geométrica de arterias en la búsqueda y prevención de aneurismas y aterosclerosis (Piccinelli et al., 2009). Otras son más específicas en el ámbito científico, tales como la optimización de enjambres de puntos (Kulkarni & Venayagamoorthy, 2010), nuevos enfoques a los ensayos aleatorios usando teselaciones de Voronoi de centroides (Shahbazi et al., 2012) y la optimización topológica mediante métodos de generación de mallas con bases genéticas (Wen et al., 2018). En aplicaciones de mayor relevancia a este proyecto, se considera este trabajo en el que se realizaron pruebas sobre estructuras impresas en 3D inspiradas en la naturaleza (Efstathiadis et al., 2023) que hace uso de la teselación tridimensional, mientras que el trabajo realizado en este otro caso utiliza otras medidas de distancia entre nodos para lograr propiedades diferenciadas a lo largo de la impresión (Martínez et al., 2018).

2.2.5. Dualidad matemática, caso de Voronoi - Delaunay

La dualidad matemática es un concepto fundamental en muchas áreas de las matemáticas que describe una correspondencia uno a uno entre diferentes estructuras matemáticas. En el caso del diagrama de Voronoi y la triangulación de Delaunay, esta dualidad es particularmente evidente e ilustrativa, como se observa en la Figura 2.6.

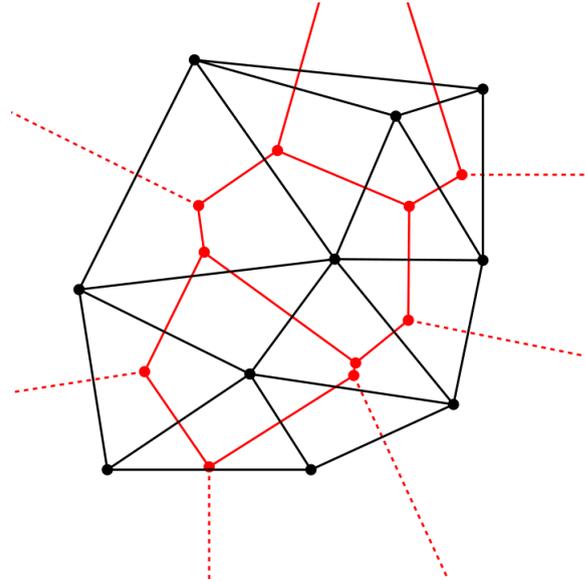


Figura 2.6 - Dualidad entre la triangulación y la teselación del espacio. Nótese la línea de puntos al marcar los límites entre celdas abiertas o no acotadas.

Como hemos discutido anteriormente, el diagrama de Voronoi de un conjunto de puntos en un plano divide el plano en regiones (celdas de Voronoi) donde cada punto dentro de una región está más cerca a un punto específico del conjunto (sitio) que a cualquier otro. Por otro lado, la triangulación de Delaunay conecta los sitios de manera que ningún sitio esté contenido dentro de la circunferencia circunscrita a algún triángulo.

La dualidad entre el diagrama de Voronoi y la triangulación de Delaunay se puede resumir en las siguientes correspondencias:

- Vértices de Voronoi y triángulos de Delaunay: cada vértice en el diagrama de Voronoi corresponde a un triángulo en la triangulación de Delaunay. El vértice es el circuncentro del triángulo.
- Aristas de Voronoi y aristas de Delaunay: cada arista en el diagrama de Voronoi corresponde a una arista en la triangulación de Delaunay. La arista de Voronoi es perpendicular a la arista de Delaunay.
- Regiones de Voronoi y sitios de Delaunay: cada región de Voronoi corresponde a un sitio en la triangulación de Delaunay.

Esta dualidad es importante por varias razones:

1. Comprensión conceptual: la dualidad proporciona una comprensión más profunda de ambas estructuras y cómo se relacionan entre sí. Al entender una, se logra una mejor comprensión de la otra.
2. Construcción algorítmica: la dualidad se puede aprovechar para construir una estructura a partir de la otra de manera eficiente. Por ejemplo, si se tiene un diagrama de Voronoi, se puede construir fácilmente la triangulación de Delaunay conectando los sitios que comparten una arista de Voronoi.
3. Aplicaciones: la dualidad permite utilizar las propiedades de una estructura para resolver problemas relacionados con la otra. Por ejemplo, la propiedad de la

triangulación de Delaunay de maximizar los ángulos mínimos de los triángulos puede ser útil para evitar problemas de redondeo en cálculos geométricos.

La dualidad entre el diagrama de Voronoi y la triangulación de Delaunay es un ejemplo elegante de cómo conceptos aparentemente diferentes en matemáticas pueden estar íntimamente relacionados. Este concepto tiene profundas implicaciones tanto teóricas como prácticas, y continúa siendo un área activa de investigación en geometría computacional y otras disciplinas.

2.2.6. Ensayos de tracción

El ensayo de tracción es una prueba mecánica fundamental que evalúa la resistencia de un material frente a un esfuerzo axial de tracción. En este ensayo, una probeta de geometría normalizada es sometida a una fuerza de tracción creciente hasta alcanzar su rotura. Esta prueba permite medir la capacidad del material para resistir una fuerza estática o de aplicación lenta, proporcionando información crucial sobre sus propiedades mecánicas.

Durante el ensayo, se obtiene el diagrama esfuerzo-deformación, que permite determinar varios parámetros importantes. El módulo de Young cuantifica la relación entre la tensión y la deformación unitaria dentro de la región elástica, donde el material se comporta de manera lineal. El coeficiente de Poisson mide la proporción entre el alargamiento longitudinal y la contracción transversal del material. Los límites de comportamiento incluyen el límite de proporcionalidad, que marca hasta dónde la tensión es proporcional a la carga, y el límite de fluencia, asociado al inicio de la deformación plástica. También se determinan el límite elástico, definido por un alargamiento prefijado, y la resistencia a tracción, que corresponde a la carga máxima soportada dividida por el área inicial de la sección transversal.



Figura 2.7 - Ensayo de tracción finalizado de una probeta polimérica. Se utiliza un extensómetro de largo recorrido para medir la elongación del espécimen. Crédito: Instron. Fuente:

[Extensometers | Instron](#)

Otros resultados incluyen el alargamiento de rotura, que mide el incremento de longitud de la probeta, y la reducción de área o estricción, que representa la diferencia entre el área transversal inicial y el área mínima después de la prueba. Además, se pueden evaluar propiedades como la resiliencia, que es la energía elástica absorbida hasta el límite elástico, y la tenacidad, que es la energía total absorbida hasta la rotura.

Las probetas utilizadas tienen una sección transversal circular o rectangular, con una parte central mecanizada para garantizar una sección constante. En materiales frágiles, esta superficie debe estar pulida para evitar fallas prematuras. Los extremos de las probetas son más gruesos para facilitar su sujeción a las mordazas de la máquina de tracción. Para garantizar la comparabilidad entre probetas de diferentes tamaños, la relación entre la longitud inicial y la raíz cuadrada del área de la sección inicial debe mantenerse constante.

El ensayo se realiza en una máquina de tracción que asegura la correcta aplicación de la fuerza a lo largo del eje de la probeta y permite controlar la velocidad de carga. Durante la prueba, la fuerza aplicada se convierte en tensión normal al dividirla por el área de la sección transversal. Además de alargarse en su longitud, la probeta experimenta una reducción simultánea en sus dimensiones transversales, lo que se registra como parte del comportamiento del material.

Este ensayo es esencial para comprender cómo un material responde a las fuerzas mecánicas, permitiendo evaluar su resistencia, ductilidad y otros aspectos críticos para su diseño y aplicación.

Módulo de elasticidad tangente

Este módulo, también conocido como módulo tangente, es la pendiente de la curva de tensión-deformación en un punto específico. Este módulo describe la rigidez del material en ese punto particular de la deformación.

En materiales que presentan una relación lineal entre tensión y deformación, el módulo de elasticidad tangente es igual al módulo de Young en el período elástico. Sin embargo, en materiales que no tienen una relación lineal, este valor varía a lo largo de la curva de tensión-deformación.

El módulo de elasticidad tangente se usa con frecuencia para caracterizar el comportamiento de materiales que no exhiben un límite de elasticidad claro, especialmente en la industria de los elastómeros, como es el caso del TPU.

2.3. Relación con las actividades reservadas al título

El proyecto desarrollado se enmarca dentro de las actividades reservadas al título de Ingeniero Mecánico, específicamente en el estudio, diseño, ensayos, mediciones y análisis de estructuras fabricadas con materiales no metálicos para su empleo en sistemas mecánicos. En este contexto, se abordaron diversas etapas del proceso, comenzando por la concepción y modelado de estructuras mediante herramientas de diseño asistido por computadora (CAD) y fundamentadas en principios de mecánica estructural. Continuando por los ensayos experimentales sobre las estructuras para validar sus propiedades mecánicas, realizando su evaluación bajo condiciones reales de tracción. Finalizando, se desarrollaron técnicas de medición y análisis que permitieron caracterizar el comportamiento de los materiales empleados.

3. Metodología

En esta sección se describen las herramientas con las que se realiza el trabajo descrito en el presente proyecto. Discute los distintos diseños experimentales, ventajas y desventajas de ellos y la justificación de la decisión final. También se presentan los programas, materiales, equipos y procedimientos necesarios para las tareas llevadas a cabo en el desarrollo del trabajo.

3.1. Diseño experimental inicial

La metodología descrita a continuación fue fundamental para la primera iteración del diseño experimental. Aunque algunas partes no se emplearon directamente, resultaron esenciales para desarrollar las técnicas y conocimientos que se aplicaron en el rediseño, la impresión y la fabricación de la segunda iteración experimental.

3.1.1. Descripción

Probetas:

Se diseña inicialmente una probeta cilíndrica con el objetivo de evaluar la resistencia mecánica de una placa bidimensional sometida a cargas de tracción. Esta configuración permite inducir tensiones tangenciales en las paredes del cilindro, facilitando el análisis de su comportamiento estructural al tener en cuenta las limitaciones económicas y de equipos de ensayo.

El primer prototipo consiste en un cilindro conformado a partir de una pieza plana impresa en 3D. Para su ensamblaje, se desarrolla un marco rectangular plano del mismo material con un sistema de trabas que permite plegar la pieza y formar el cilindro. Este diseño se justifica por su facilidad de impresión y simpleza.

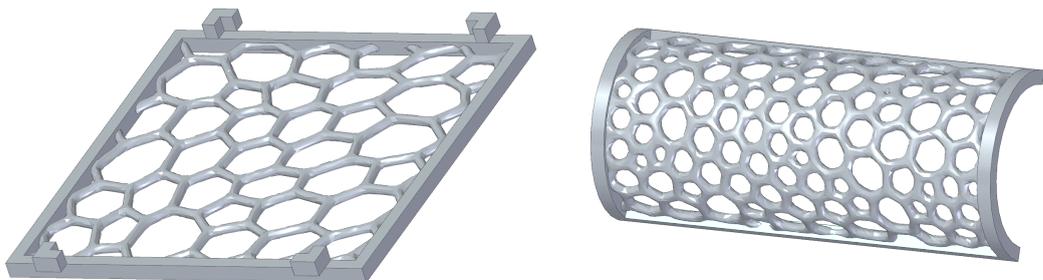


Figura 3.1 - Primer prototipo de probeta, a la derecha en posición de impresión, a la izquierda se observa el mismo tipo de probeta al plegarse.

El segundo prototipo se idea con forma cilíndrica desde su fabricación, en este caso la estructura se imprime en posición vertical. Esto se piensa para resolver los problemas relacionados tanto al marco como al sistema de trabas, relacionados a la estabilidad dimensional.

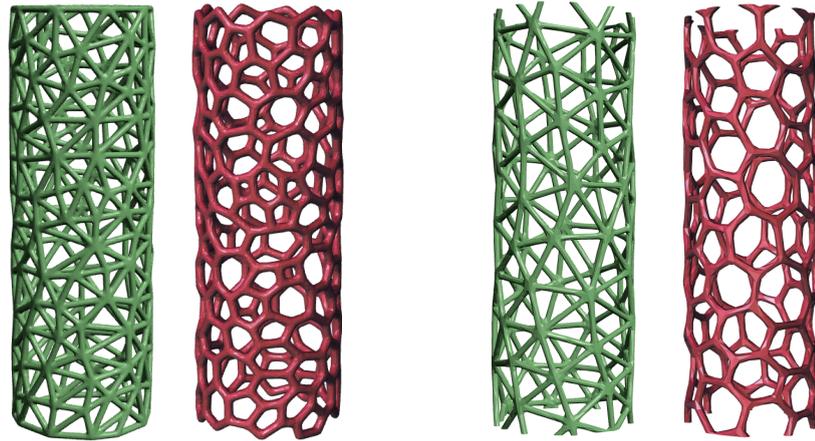


Figura 3.2 - Segundo prototipo de probetas, estructuras cilíndricas impresas en posición vertical. La primera versión, el par de probetas de la izquierda, presenta defectos de borde debidos al modelado, mientras que a la derecha se observa la modificación realizada en las siguientes versiones, con bordes cortados en secciones arbitrarias para ambas estructuras.

Banco de pruebas:

Se diseña un banco de pruebas con el fin de ejecutar el experimento de aplicar una presión interna controlada al cilindro, simulando así las condiciones de carga de tracción en dos dimensiones. La estructura principal consiste en una base de madera sobre la cual se montan los soportes para las probetas.

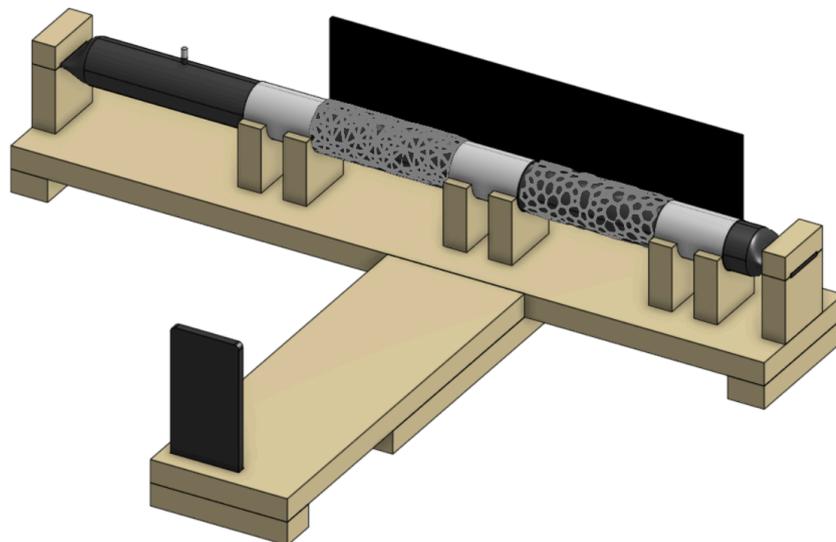


Figura 3.3 - Diseño inicial del experimento, junto al modelo del banco de pruebas. Un teléfono celular alinea el lente de su cámara con el centro del espacio entre probetas, se infla el tubo neumático mediante la válvula, el cual está cerrado a las pérdidas mediante los bloques en los extremos. Los tubos en blanco mantienen a las probetas y al neumático en posición a lo largo del ensayo. La placa de fondo, en color negro, contrasta con el color blanco natural del TPU.

Para generar la presión interna, se opta por utilizar un neumático de bicicleta conectado a una fuente de aire comprimido de presión medible. El sistema descrito cuenta con una cámara de video o fotografías en una posición fija, y el fondo negro contrastante con los colores claros de la probeta, permitiendo observar y registrar las deformaciones experimentadas por las probetas.

3.1.2. Análisis de eficiencia y factibilidad

A continuación se presenta el análisis y la discusión de las limitaciones y debilidades de cada uno de los diseños mencionados, razones por las cuales se decidió su descarte.

Primer prototipo de probeta. El diseño experimental inicial presenta diversas limitaciones:

- **Imprecisión de resultados:** Se considera que la presencia del marco, que no representa a las propiedades de la estructura, introduce tensiones y rigidez a la probeta comprometiendo la precisión de los resultados experimentales. Por esta razón se propone el segundo prototipo en este diseño cilíndrico inicial.
- **Complejidad de ensamble:** El sistema de trabas presenta una complejidad superior a la esperada, que dificulta la realización de ensayos reproducibles de múltiples probetas.
- **Estabilidad dimensional:** La forma cilíndrica ensamblada se encuentra pretensionada, generando efectos indeterminados en los resultados. Además, la forma resultante del cilindro no sería circular, dificultando determinar el estado inicial y final.

Segundo prototipo de probeta. Luego de las modificaciones del primer prototipo, se consideran las limitaciones del nuevo diseño:

- **Anisotropía:** La naturaleza inherente de la impresión 3D por disposición de capas introduce diferencias en las propiedades según la dirección que se analice. Estas diferencias afectan los resultados, influyendo en términos de rigidez más en una estructura que en otra.
- **Complejidad de impresión:** Al imprimir la estructura en posición vertical, ciertas partes del modelo se presentan en voladizo, introduciendo imperfecciones y derrames del filamento fundido. Esto se agrava al utilizar poliuretano termoplástico, de ahora en más TPU, como material constituyente de la probeta.

Banco de pruebas. El diseño del banco de pruebas presenta las siguientes dificultades.

- **Control de carga:** El uso de un neumático de bicicleta limita el control preciso de la presión interna aplicada a la probeta, dificultando la obtención de resultados cuantitativos.
- **Complejidad:** El diseño del proceso de experimento requiere un ensamble y desarme en cada ensayo, teniendo que desatornillar, despresurizar y otros procesos que podrían comprometer los resultados.
- **Precisión de las mediciones:** El sistema de medición basado en una cámara fija no permite obtener mediciones cuantitativas precisas de las deformaciones, y requiere realizar un gran trabajo de análisis, aumentando excesivamente el tiempo insumido.

Justificación de la transición al diseño final:

Los inconvenientes identificados en el diseño inicial evidencian la necesidad de una solución más robusta y precisa. La transición hacia un nuevo diseño se justifica por la búsqueda de:

- Mayor precisión en la medición de tensiones y deformaciones: Se requiere un método para eliminar las imprecisiones introducidas por un marco y obtener resultados más representativos del comportamiento del material. Además, la medición fotográfica no es lo suficientemente confiable.
- Facilidad de fabricación y ensamblaje: Se busca un diseño que permita fabricar y ensamblar las probetas de manera más sencilla y reproducible. Esto incluye al segundo prototipo, que posee grandes dificultades para su instalación en el banco de pruebas.
- Mayor control sobre las condiciones de ensayo: Se requiere un sistema de carga más preciso y controlado para obtener resultados confiables y comparables.

Este análisis detallado de las limitaciones del diseño inicial fundamenta la decisión de adoptar un nuevo enfoque experimental, orientado a superar los desafíos identificados y obtener resultados más precisos y fidedignos.

3.2. Diseño experimental final

3.2.1. Descripción

Probeta:

Para lograr mayor precisión en las mediciones, facilidad de fabricación y montaje, aunque principalmente la eliminación de la anisotropía, se opta por la impresión horizontal. A diferencia del diseño inicial, en éste, el ensayo se realiza traccionando la probeta y no mediante presión interna. Por esto, ya no se requiere ensamble en un cilindro.

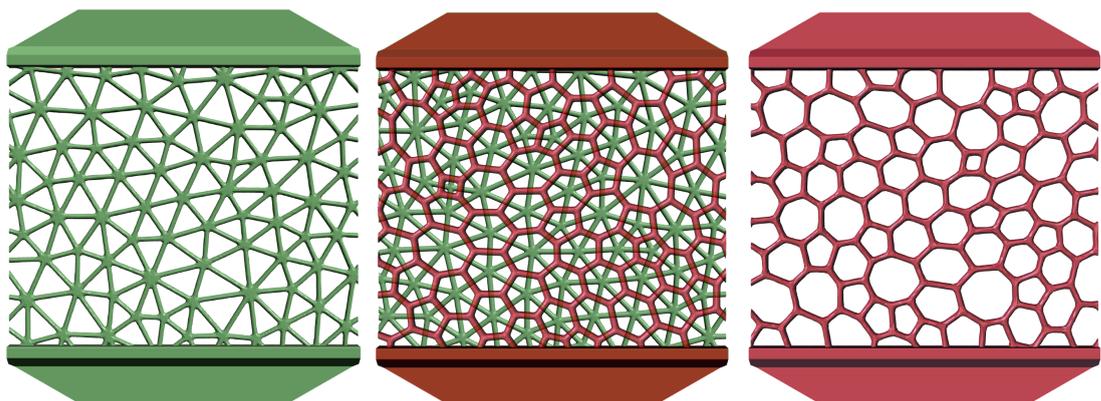


Figura 3.4 - Modelos de probetas finales, a la izquierda la estructura de Delaunay, a la derecha su dual de Voronoi. En el centro se observa la superposición de ambas estructuras. Las probetas tienen de dimensiones finales de 170 mm de alto y 150 mm de ancho.

La probeta está conformada por la estructura en el centro, y en los laterales se encuentran integrados los agarres, piezas del mismo material pero rígidas, sólidas y reforzadas mediante varillas de acero. Estos agarres aseguran que ninguna de las dos estructuras sea afectada por las mordazas del banco de prueba, y que la carga aplicada a los agarres sea distribuída a la estructura de manera uniforme.

Banco de pruebas:

Se utiliza un texturómetro TA.XT2i de Stable Micro Systems configurado en modo ensayo de tracción. Este equipo, comúnmente empleado en la industria alimentaria, resulta ser una herramienta versátil y precisa para realizar ensayos mecánicos en materiales de baja resistencia.



Figura 3.5 - Analizador de textura TA.XT2i. Equipo pionero en el análisis instrumental de textura, desarrollado por Stable Micro Systems en 1989. Originalmente diseñado con una célula de carga de 25 kgF y panel de control integrado, permite realizar ensayos autónomos o conectados al software XTRA Dimension. Su versatilidad proviene de la amplia gama de sondas y accesorios desarrollados para aplicaciones diversas.

Las probetas se fijaron a las mordazas del texturómetro, permitiendo aplicar una carga de tracción controlada y medir con precisión la fuerza y la deformación. El software asociado al equipo permite registrar los datos de la prueba, facilitando su posterior análisis.

3.2.2. Justificación de la elección

La elección del diseño experimental final se basa en las siguientes consideraciones:

- **Simplificación del diseño:** La eliminación del marco y la adopción de un diseño más sencillo permiten reducir las fuentes de error y facilitar la interpretación de los resultados.
- **Mejora en la precisión de las mediciones:** La utilización de un texturómetro garantiza una mayor precisión en la medición de la fuerza y la deformación, lo que permite obtener resultados más confiables.
- **Adaptación a las limitaciones del equipo:** La elección del material (TPU) que ya fue hecha en el diseño inicial se adapta perfectamente a las limitaciones del texturómetro, por lo que la evolución a este equipo no implica inconvenientes.

- **Facilidad de fabricación:** La impresión en orientación horizontal y la simplificación del diseño de la probeta permiten reducir los tiempos de fabricación y aumentar la reproducibilidad de los resultados.
- **Versatilidad del equipo:** El texturómetro TA.XT2i, además de permitir la realización de ensayos de tracción, cuenta con herramientas de visualización y comparación de los resultados, agilizando el progreso.

En resumen, el diseño experimental final representa una mejora significativa respecto al diseño inicial, al ofrecer una mayor precisión, simplicidad y versatilidad. Estas características permiten obtener resultados más confiables y relevantes para la evaluación de las propiedades mecánicas de las probetas impresas en 3D.

3.3. Materiales y equipos

3.3.1. Herramientas, materiales y técnicas de fabricación de bancos de prueba

El diseño inicial del banco de pruebas se concibe para realizar ensayos de presión interna en probetas cilíndricas. Para generar la presión requerida, se emplea un neumático de bicicleta cortado y modificado, el cual serviría como elemento presurizado. Las probetas, dispuestas alrededor del neumático, se suponen sometidas a las fuerzas tangenciales generadas por la presión interna.

El diseño incluye una base de madera sobre la cual se montan tubos de PVC fijos, que se utilizan para mantener el neumático en su lugar durante el ensayo. Para la captura de datos, se incorpora un soporte o encastre para un teléfono celular, cuyo objetivo es registrar las deformaciones en las probetas mediante imágenes o video. Desde el punto de vista de la cámara, las probetas blancas (Voronoi y Delaunay) se contrastan con un fondo negro para facilitar la identificación y el análisis visual de las deformaciones.

La preparación del neumático modificado requiere cortar un neumático estándar, cuyos bordes se pliegan y se presan entre bloques de madera atornillados a la base. Este sellado permite mantener la presión interna durante los ensayos. Sin embargo, el procedimiento operativo del dispositivo presenta limitaciones, ya que cada prueba implica despresurizar el neumático, desmontar uno de los bloques prensadores, extraer el neumático de los tubos y las probetas usadas, y sustituirlas por nuevas. Este proceso resulta laborioso y demanda una considerable inversión de tiempo.

El diseño final no contempla la fabricación de un banco de pruebas propio, ya que el texturómetro de laboratorio disponible ofrece una solución más adecuada para la realización de los ensayos requeridos, eliminando las limitaciones inherentes al diseño inicial.

3.3.2. Herramientas para el diseño y fabricación de probetas. Impresora 3D.

El diseño de las probetas se lleva a cabo utilizando herramientas específicas de modelado y procesamiento de mallas, así como software CAD para complementar el proceso. El software Meshmixer (Schmidt & Singh, 2010), clave en la generación de las estructuras, se utiliza iniciando con una malla arbitraria que posteriormente se subdivide y remalla hasta alcanzar la cantidad de elementos o la longitud deseada. Al obtener la malla final, se aplican herramientas de edición específicas para crear patrones estructurales tridimensionales. En el caso de Delaunay, se utiliza cada arista de la malla

para generar una red conexas de barras tridimensionales. Por otro lado, para Voronoi, se emplea otra herramienta tipo patrón que genera barras perpendiculares a las aristas de los triángulos. Ambos patrones permiten configurar el diámetro de las barras, adaptando el diseño a las necesidades específicas del experimento.

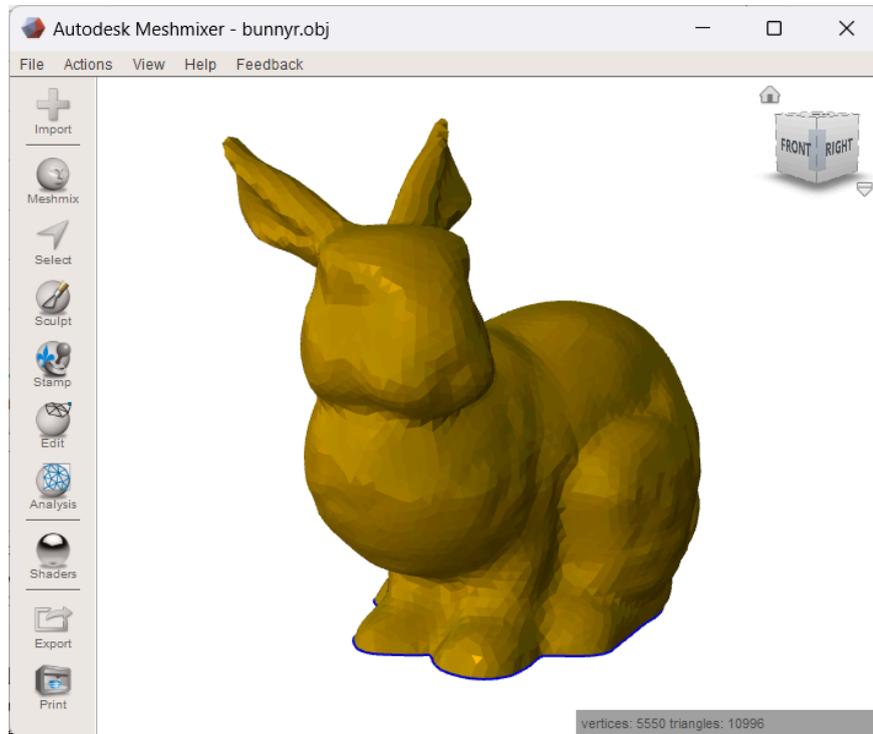


Figura 3.6 - Vista del software Meshmixer mostrando una malla a la que se aplica el patrón Voronoi, transformado la malla plana bidimensional en una estructura tridimensional. Este software es una herramienta de Autodesk diseñada para el manejo avanzado de mallas, incluyendo la edición, reparación, y optimización de modelos para impresión 3D. Su funcionalidad de patrones permite transformar mallas básicas en estructuras complejas, utilizadas comúnmente en aplicaciones estructurales y estéticas.

Durante el diseño inicial, se utiliza software CAD para modelar tanto la malla plana base como el marco rectangular que se emplea en el primer prototipo. Para el segundo prototipo, el software CAD se emplea para crear una malla cilíndrica.

El diseño final combina Meshmixer y herramientas CAD para crear una malla plana base y modelar los agarres necesarios para fijar las probetas a la máquina de ensayos. Estos agarres se diseñan de manera específica para garantizar estabilidad durante las pruebas y minimizar los efectos de borde que podrían influir en los resultados.

Se agrega al anexo las correspondientes herramientas, configuraciones y parámetros utilizados en el software de edición de mallas mencionado que logran los modelos de probetas ensayados en el presente informe en la sección 8.3.

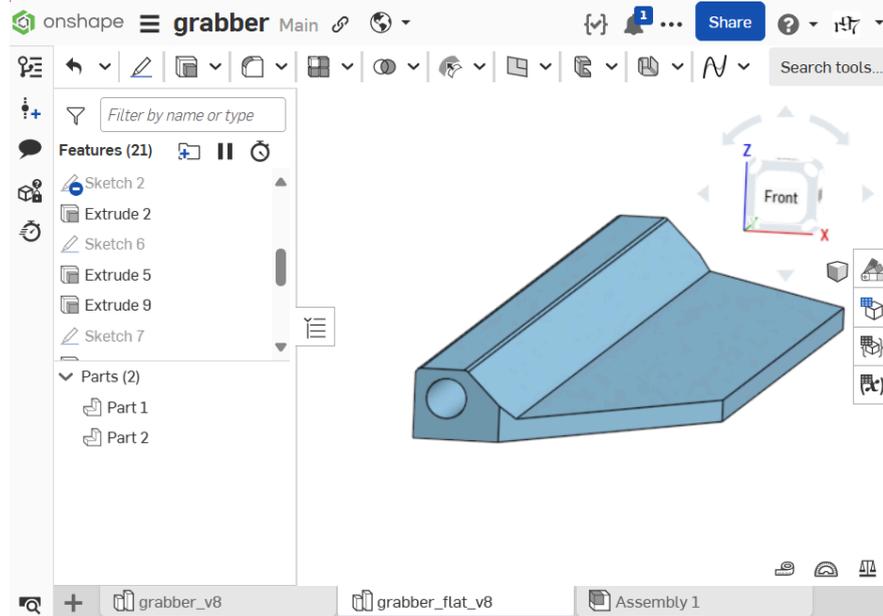


Figura 3.7 - Captura de la interfaz del software OnShape mostrando el diseño de un modelo de agarre para probetas. OnShape es una herramienta CAD basada en la nube que permite diseñar, modelar y colaborar en tiempo real. Su interfaz intuitiva y su capacidad de gestión de versiones facilitan el desarrollo de piezas y ensamblajes, como los agarres que complementan las estructuras probadas en este proyecto.

Para la impresión de todas las probetas, se utiliza el software laminador o *slicer* Cura de UltiMaker, que permite la configuración de los parámetros de impresión como también la unión de los modelos tridimensionales de las estructuras y los agarres en un único modelo.

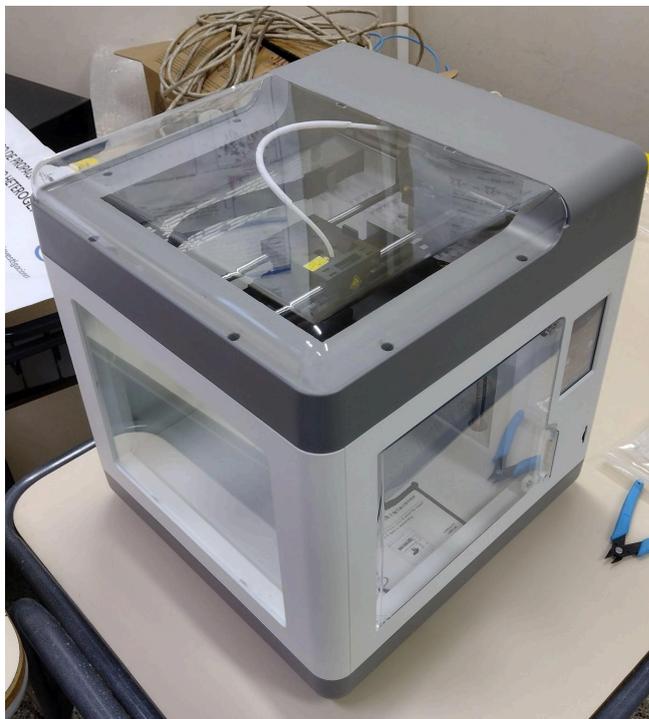


Figura 3.8 - Vista de la impresora 3D Creality Sermoon V1 Pro, utilizada para la fabricación de las probetas del proyecto. Este equipo cuenta con un sistema de extrusión directa, ideal para materiales técnicos como el TPU, y un diseño cerrado que mejora la estabilidad térmica durante

la impresión. Su facilidad de uso y precisión la hacen adecuada para prototipos y aplicaciones experimentales.

La fabricación se realiza mediante la impresora Sermoon V1 Pro de Creality, que permite el prototipado y la producción de las probetas finales. En cuanto a los materiales, tanto en las pruebas iniciales como en la etapa de prototipado se utiliza ácido poliláctico, de ahora en más PLA, de Grilón3, un material de bajo costo y baja dificultad técnica que permite realizar ajustes y verificaciones sin incurrir en gastos elevados. Para las probetas de ensayos definitivas, se emplea TPU de Grilón3, denominado comercialmente como "Simpliflex". Este material, con propiedades flexibles y menor resistencia a la tracción en comparación con el PLA, se selecciona para garantizar un desempeño adecuado bajo las condiciones de carga definidas en el experimento. La ficha de datos del material se encuentra anexada en la sección 8.5.



Figura 3.9 - Material utilizado en la impresión de las probetas, Simpliflex de Grilón3. Se observa a la izquierda un extracto de su hoja de datos proporcionada por el fabricante. Estas propiedades se deben a la alta temperatura de fundición de 225 °C, y la baja temperatura de vitrificación, que ronda los 60 °C. Crédito: NTH. Fuente: [Grilón3 - Simpliflex](#)

Para los insertos de refuerzo de cada probeta se utiliza acero inoxidable, en barras o varillas de cinco milímetros, cortadas mediante sierra y redondeadas en las puntas. Se insertan manualmente en las cavidades huecas que poseen los agarres.

3.3.3. Otros equipos utilizados

En el proceso de preparación de materiales para las impresiones 3D, se diseña y fabrica una caja estanca destinada a preservar las propiedades del filamento técnico de TPU Simpliflex. Este material higroscópico presenta alta sensibilidad a la humedad, lo que puede comprometer tanto la calidad superficial como la resistencia mecánica de las piezas impresas. Para evitar estos defectos, la caja se diseña para mantener un ambiente controlado y seco.

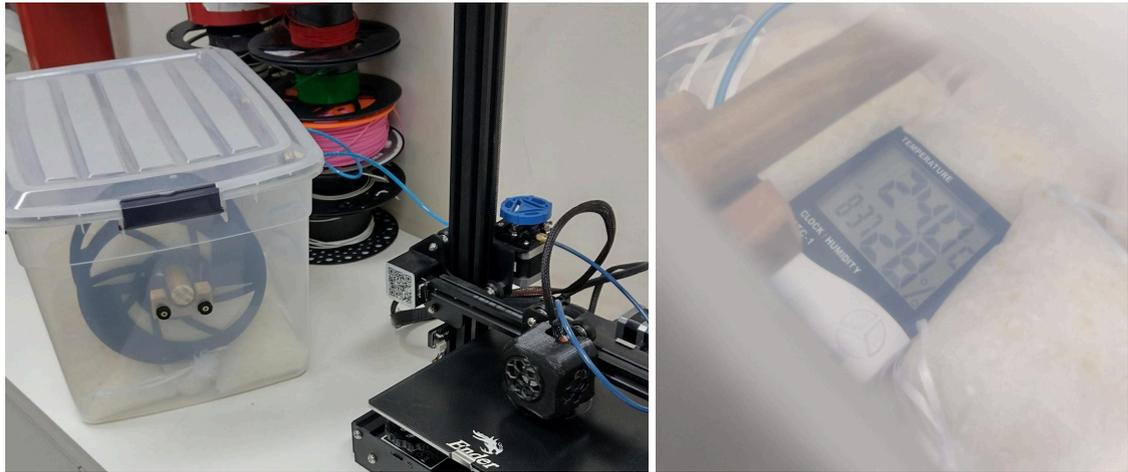


Figura 3.10 - Caja estanca de filamentos. A la izquierda, se observa la caja en funcionamiento, alimentando una impresora 3D para mantener las propiedades del filamento TPU durante la impresión. A la derecha, se muestra el nivel de humedad interna, visible gracias al material transparente de la caja. Este sistema permite controlar las condiciones ambientales y prolongar la calidad del filamento higroscópico.

La estructura básica de la caja se fabrica a partir de un recipiente plástico transparente, seleccionado por su capacidad de permitir la visualización interna y monitoreo del nivel de humedad. En su interior, se instala un bastón de madera cortado a medida como soporte para hasta tres carretes de filamento en simultáneo, permitiendo un acceso controlado al material sin exponer el resto del carrete a la humedad ambiental.

El sellado del sistema se logra mediante la integración de burletes de gomaespuma, comprimidos por pequeñas trabas impresas en 3D. Siete trabas distribuidas alrededor del contorno de la tapa garantizan una presión uniforme y un cierre hermético. Además, se incorporan accesorios y tubos de neumática que posibilitan el paso controlado del filamento hacia la impresora.

Para asegurar las condiciones internas de baja humedad, se introducen bolsas de gel de sílice como agente desecante, junto con un dispositivo medidor de humedad para monitorear los niveles durante el uso. Este sistema garantiza la conservación del material en condiciones óptimas para su procesamiento y permite una operatividad eficiente en la impresión de piezas técnicas.

3.4. Procedimiento experimental

En esta sección se comprenden las etapas necesarias para ejecutar los ensayos mecánicos, desde la preparación de las probetas hasta la adquisición de datos. Se describen las operaciones requeridas para acondicionar las muestras, los métodos empleados para la aplicación de las cargas y las técnicas utilizadas para registrar las mediciones relevantes.

3.4.1. Preparación de probetas

La preparación de probetas incluye una serie de pasos orientados a garantizar que los modelos estuvieran listos para las pruebas experimentales. En primer lugar, los modelos de las estructuras Delaunay y Voronoi se diseñan en Meshmixer, comenzando con la generación de un plano base con dimensiones mayores a las requeridas para la probeta. A esta malla plana inicial se le realiza un remallado, definiendo un tamaño promedio de

las aristas de los triángulos, posteriormente se la transforma en una estructura tridimensional mediante la herramienta "make pattern", lo que permite obtener las configuraciones de Delaunay y Voronoi tras ocultar la malla original.

Cada modelo tridimensional se ajusta a las dimensiones necesarias mediante cortes con planos específicos, añadiendo un excedente de 2 mm al largo de las estructuras, asegurando la intersección con los agarres diseñados en software CAD. Los modelos resultantes y los agarres se cargan en el software laminador Cura de UltiMaker para combinarlos en un único archivo exportable. Este modelo consolidado permite generar el código G necesario para la impresión 3D, configurando previamente los parámetros del filamento técnico TPU Simpliflex. Los parámetros utilizados son 235 °C para la boquilla, 40 °C para la cama, 40 mm/s de velocidad de impresión y un espesor de capa común de 0.2mm. El detalle de todas las configuraciones de impresión se encuentra anexado en la sección 8.4.

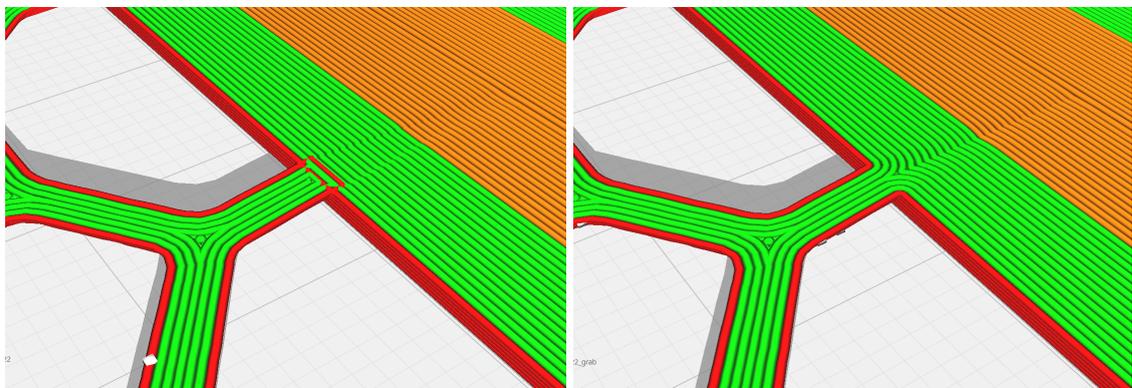


Figura 3.11 - Antes y después de unificar los modelos. Si se imprime sin combinar, como se observa en la figura de la izquierda, se superponen pasadas de filamento en la unión, se generan fallas y el material no se dispone de modo que resista de manera óptima los esfuerzos.

Tras retirar las impresiones, se les insertan las varillas de refuerzo de acero, las cuales se cortan a la medida del ancho, asegurando rigidez de estas piezas. Estos pasos finales concluyen la preparación previa a los ensayos mecánicos.

3.4.2. Realización de pruebas

Para llevar a cabo los ensayos de tracción, se utiliza el texturómetro TA.XT2i configurado específicamente para este tipo de pruebas. En primer lugar, se instalan los accesorios de morsa en los puntos de fijación superior e inferior del dispositivo. Posteriormente, se calibra la celda de carga empleando un peso patrón para garantizar la precisión de las mediciones. Tras la calibración, se configura el punto cero, estableciendo la posición inicial mediante el contacto de los dos accesorios de morsa.

Con el punto cero definido, se introduce en el software la medida de altura correspondiente a las probetas, asegurando que las mordazas de las morsas proporcionen un agarre adecuado. Esta configuración se utiliza para ambas probetas. Una vez que el aparato ajustó la posición a la altura especificada, se monta una de las probetas entre las mordazas. A continuación, se configuran los parámetros de prueba, fijando una velocidad de 12 mm/min ó 0.2 mm/s y habilitando el corte automático al alcanzar un 5% de deformación respecto a la longitud inicial de la probeta. El detalle de todas las configuraciones de ensayo se encuentra anexado en la sección correspondiente.

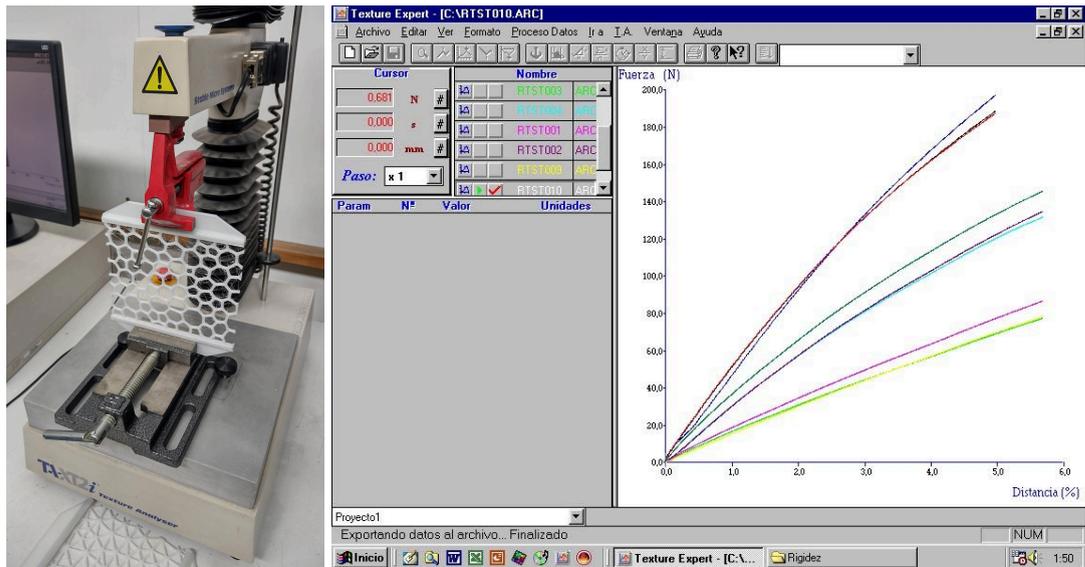


Figura 3.12 - Ensayo en progreso y resultados comparados en software. Texture Expert es una herramienta desarrollada para controlar y analizar ensayos realizados con equipos de análisis de textura, como el texturómetro TA.XT2i.

Se repite el mismo procedimiento para la segunda probeta. Este proceso se realiza en pares de probetas, asegurando condiciones atmosféricas prácticamente idénticas para las estructuras Delaunay y Voronoi, lo que permite una comparación directa entre los resultados.

3.4.3. Toma de datos

La adquisición de datos se lleva a cabo de forma automática utilizando el texturómetro TA.XT2i, que registra las variables de carga en Newtons, de desplazamiento en porcentaje y de tiempo en segundos con una frecuencia de muestreo de 200 Hz. Durante cada ensayo, el dispositivo recopila y almacena esta información en tiempo real. Estas configuraciones se pueden observar en la Figura 3.12.

Una vez finalizados los ensayos, es necesario realizar el guardado manual de los datos generados. Dado que el software del texturómetro utiliza un formato de archivo específico no compatible con sistemas modernos, los datos se exportan tanto en su formato nativo como en un formato de hoja de cálculo. Para cada par de ensayos, se crea un único archivo en formato de hoja de cálculo, facilitando su posterior análisis.

El sistema del texturómetro carece de medios modernos de transferencia de archivos, por lo que los datos se graban en un disco compacto o CD. Este medio se utiliza para trasladar los archivos a una computadora externa, donde se realizan las etapas de procesamiento y análisis de datos.

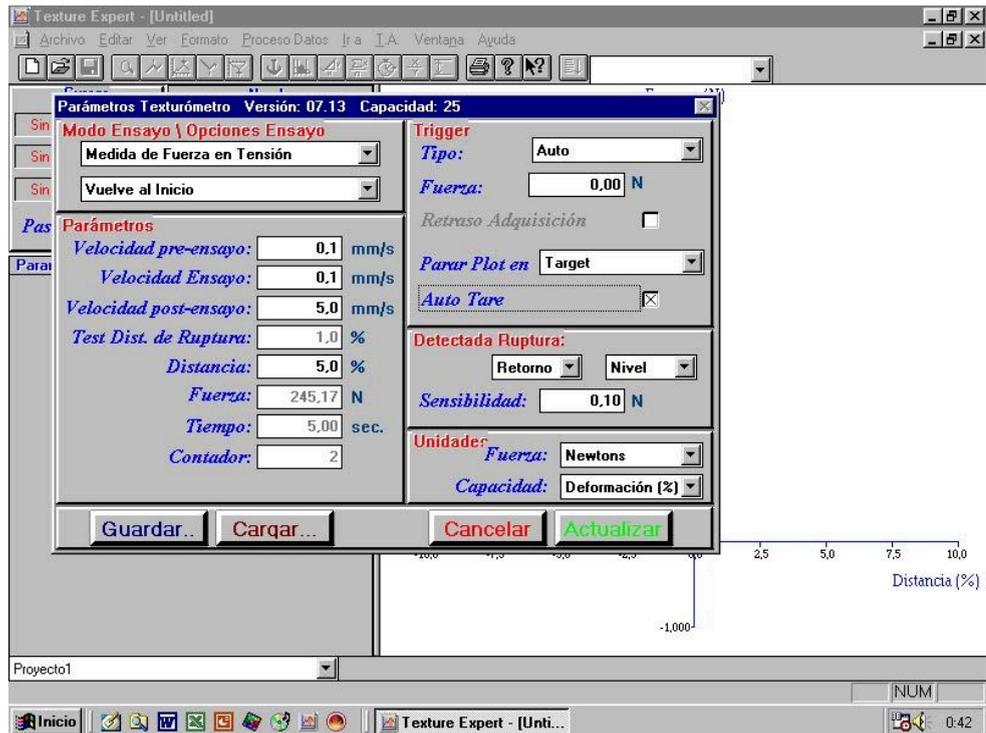


Figura 3.13 - Interfaz del programa, se observan los parámetros a configurar del ensayo. Se permite monitorear datos en tiempo real y confirmar la fiabilidad de los resultados.

4. Desarrollo

Esta sección detalla el historial de actividades realizadas a lo largo del proyecto, abarcando tanto el diseño experimental inicial como su evolución hacia el diseño final. Se describen las etapas clave que comprenden desde el análisis matemático y el diseño del banco de pruebas, hasta la preparación de probetas y la recopilación de datos experimentales.

4.1. Diseño experimental inicial

Con la hipótesis experimental desarrollada, se definieron los requerimientos iniciales para el modelo de probeta y las condiciones de ensayo necesarias para validar o refutar dicha hipótesis. Las actividades realizadas en esta fase incluyen desde el análisis matemático inicial, para fundamentar el diseño, hasta el cambio de diseño experimental.

El diseño de las probetas se enfocó en cumplir con las especificaciones derivadas de la hipótesis, considerando tanto las propiedades geométricas como las mecánicas. Paralelamente, el banco de pruebas fue conceptualizado para cumplir con las condiciones de ensayo, estableciendo criterios iniciales para su fabricación y operación. Estos esfuerzos representaron la base metodológica del experimento, aunque posteriormente se ajustaron debido a cambios en el enfoque del diseño experimental.

4.1.1. Análisis matemático

El análisis matemático tuvo como objetivo validar los requerimientos derivados de la hipótesis experimental y fundamentar el diseño de las probetas. Inicialmente, se estudiaron las teselaciones de Delaunay y Voronoi en su configuración regular, considerando triángulos equiláteros y su estructura dual de Voronoi. Este análisis permitió determinar una propiedad geométrica fundamental, como lo es la relación entre las dimensiones de las barras de las estructuras.

Posteriormente, se extendió el análisis al caso irregular para generalizar los resultados y evaluar su aplicabilidad bajo condiciones no ideales. En esta etapa, se analizaron configuraciones no uniformes, estudiando las desviaciones de volumen del caso regular debido a variaciones en la geometría y a características del mallado. Este enfoque proporcionó una base matemática sólida para comparar ambas estructuras y validar su desempeño experimentalmente.

4.1.1.1. Caso regular

En el análisis del caso regular, se consideraron las estructuras de Delaunay con triángulos equiláteros y su dual de Voronoi. La hipótesis experimental supone que ambas probetas emplean la misma cantidad de material, lo que se traduce en una igualdad de volumen considerando una densidad uniforme del 100% durante la impresión.

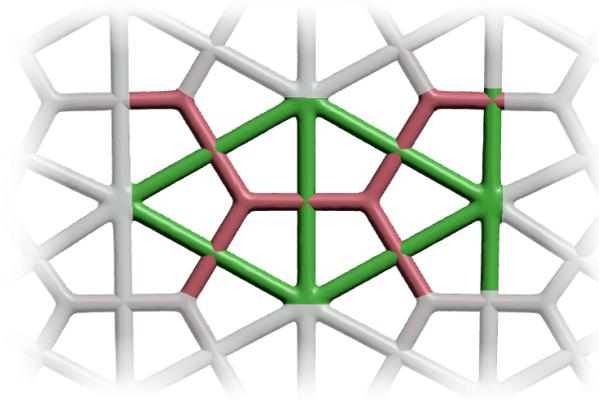


Figura 4.1 - El análisis sobre el caso regular se realiza sobre una red de triángulos equiláteros infinita en todas direcciones. Los nodos de esta red generan su dual, compuesto por celdas de hexágonos regulares. La celda patrón, que se repite en todas direcciones, se observa en color tanto para la estructura de Delaunay como para Voronoi. Al realizar el conteo, cada patrón tiene un total de seis aristas de igual longitud, por lo que la relación de longitud entre aristas define la relación final.

Para cumplir esta condición, se simplifican las estructuras modelándolas como compuestas por cilindros, cuyo volumen se calcula a partir de su diámetro y longitud. Se llevó a cabo un conteo de aristas en una celda patrón correspondiente a la distribución regular de ambas estructuras. Este análisis permitió obtener la relación de la cantidad de aristas para Voronoi y Delaunay en la celda patrón, dando un cociente igual a uno, así como la proporción entre sus longitudes, resultando en

$$\sqrt{3} = \frac{L_t}{L_h}, \quad (4.1)$$

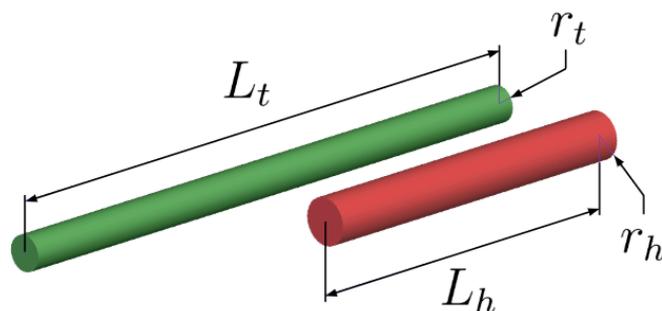


Figura 4.2 - Representación del volumen de cada estructura, en verde el volumen de Delaunay y en rojo el de Voronoi.

donde L_t y L_h representan la longitud total de las aristas, con radios r_t y r_h , en el patrón de Delaunay y de Voronoi, respectivamente. Con esta relación y el requerimiento de igualdad de volumen, se determinó una relación de diámetros entre los cilindros que conforman ambas estructuras. Esta relación asegura que, en el caso regular y bajo ciertos márgenes de error, las probetas mantengan el mismo volumen, cumpliendo con los requerimientos iniciales establecidos en la hipótesis. Esta relación se indica como

$$\sqrt[4]{3} = \frac{r_t}{r_h} \quad (4.2)$$

Se analizó también las posibles causas de las desviaciones de la igualdad de volumen para el caso regular. Estas surgen si se considera la diferencia entre la cantidad de nodos y la cantidad de aristas entre las dos teselaciones: la triangulación de Delaunay posee un mayor número de aristas y de nodos, lo que significa una mayor superposición de los cilindros en estas zonas, mientras que este efecto es menos pronunciado en la teselación de Voronoi.

La resolución completa de estas relaciones se encuentra desarrollada en el Anexo 8.1 del presente informe.

4.1.1.2. Caso general

Para validar los resultados obtenidos en el caso regular, se desarrollaron modelos tridimensionales de prueba aplicando patrones Delaunay y Voronoi a geometrías irregulares. Se utilizaron planos y superficies esféricas como base para estas configuraciones. Posteriormente, se midieron los volúmenes resultantes de las estructuras generadas. Las diferencias relativas de volumen entre ambos patrones se mantuvieron por debajo del 1%, confirmando la aplicabilidad de la relación de diámetros determinada en el caso regular. Debido a que esta diferencia es menor que otras posibles fuentes de desviación, se considera esta relación satisfactoria en términos de igualdad de volumen.

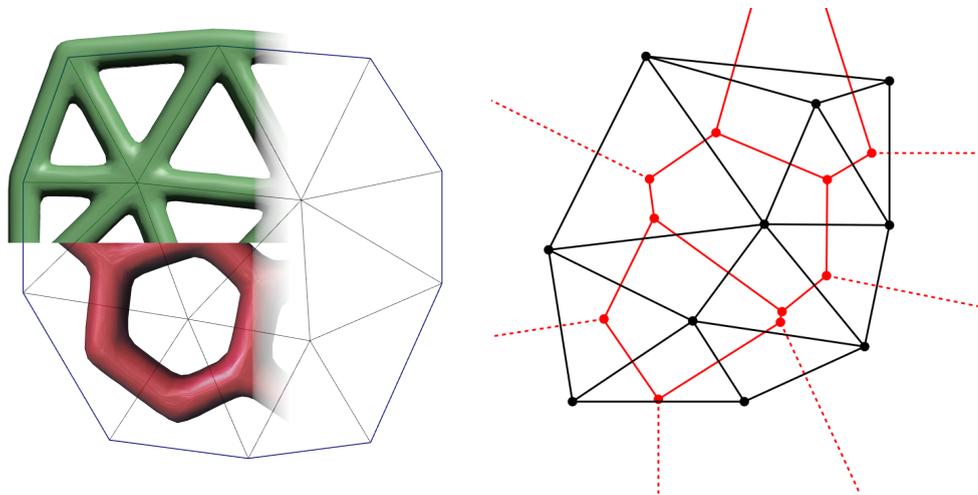


Figura 4.3 - A la izquierda, detalle de la estructura sobre la malla original. Obsérvese que la estructura de Voronoi no es generada para las semirrectas infinitas en línea punteada representadas a la derecha, que corresponden a las celdas de los nodos externos.

4.1.2. Desarrollo del diseño

El diseño experimental evolucionó progresivamente durante la primera etapa. Inicialmente, se planteó aplicar una carga de tracción a las estructuras mediante presión interna. Para ello, se diseñaron probetas impresas horizontalmente que serían plegadas o trabadas para formar un cilindro. Este diseño permitía traducir la presión interna en tensiones tangenciales según relaciones conocidas. Sin embargo, esta propuesta fue

reemplazada por un segundo diseño, donde las probetas se imprimieron directamente con forma cilíndrica.

Se consideró entonces el uso de un neumático como recipiente presurizado para transmitir la carga a la estructura cilíndrica, lo que planteó la necesidad de medir la deformación y, en consecuencia, la rigidez de las probetas. Para ello, se propuso un método basado en fotogrametría, empleando un teléfono celular. Una vez desarrollada la idea, se diseñaron los componentes del banco de prueba, incluyendo detalles y dimensiones, los cuales se modelaron en software CAD. Con los planos finalizados e impresos, se encargó la construcción del banco de prueba a una carpintería.

4.1.3. Creación de modelos

En paralelo al desarrollo del diseño experimental, se llevó a cabo la búsqueda de software adecuado para cumplir con los requerimientos del proyecto, que incluían precisión en el manejo de mallas y facilidad de uso. Tras evaluar herramientas como Fusion360, Solid Edge, OnShape, Blender y GMesh, se seleccionó Meshmixer por ofrecer un balance adecuado entre funcionalidad y accesibilidad. Durante este periodo, se dedicó tiempo al aprendizaje del software mientras se validaba la igualdad de volúmenes discutida previamente.

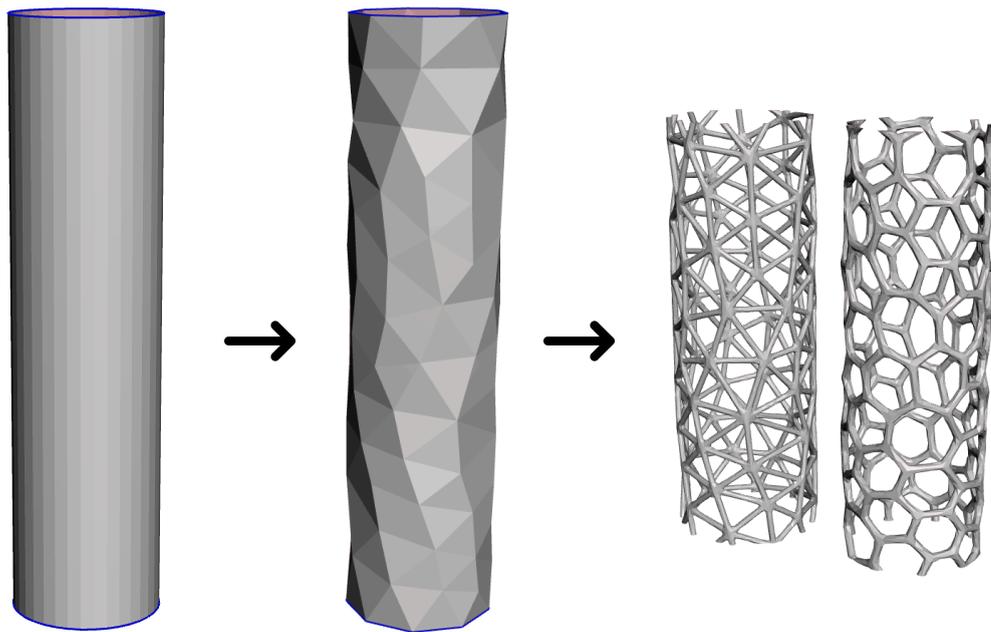


Figura 4.4 - Etapas del proceso de creación de los modelos. Nótese la extensión inicial de la malla generadora, en este caso, de 200 mm y los modelos resultantes de 150 mm.

Una vez definida la relación de diámetros necesaria para los modelos de probetas, y con la transición al segundo prototipo de diseño, se inició la creación de los modelos. Se generó un cilindro con las dimensiones requeridas, transformándolo en una malla cuyas bases planas fueron eliminadas. Posteriormente, esta malla fue remallada con nuevos elementos. Finalmente, se aplicaron patrones para obtener las estructuras de Voronoi y Delaunay.

4.1.4. Impresión de prototipos

En conjunto con el modelado del prototipo de probeta, se avanzó en la impresión de la estructura cilíndrica vertical utilizando filamento de PLA. Los conocimientos previos en impresión 3D permitieron configurar los parámetros específicos requeridos para este diseño.



Figura 4.5 - Prototipos impresos en PLA. En esta etapa se notó el efecto sobre los bordes.

Debido a la presencia de voladizos en la estructura, se ajustaron las configuraciones de impresión para minimizar fallas, estableciendo que las pasadas internas se imprimieran antes que las externas. Esta configuración disminuyó las fallas durante el proceso de fabricación y mejoró la calidad final del prototipo.

4.1.5. Construcción de caja estanca

Tras realizar las pruebas de prototipo en PLA, se identificó la necesidad de emplear filamento de TPU para las siguientes pruebas experimentales. Dado que el TPU es higroscópico y su empaque debía ser abierto, se evaluó cómo preservar sus propiedades evitando el deterioro por humedad.

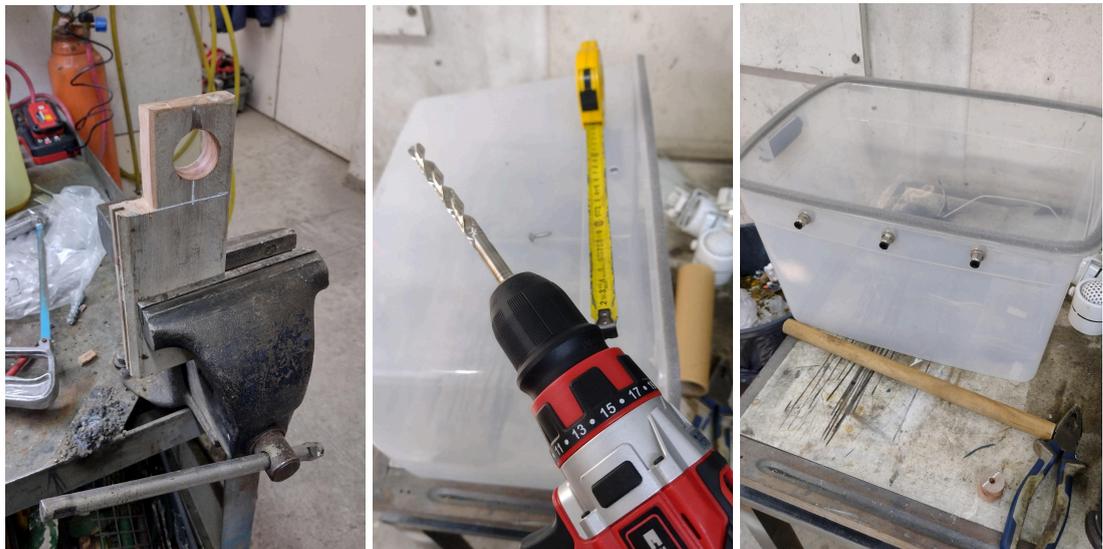


Figura 4.6 - Proceso de fabricación. Se realizó con el uso de herramientas de mano y materiales de común disponibilidad.

Se investigaron distintos métodos para mantener el filamento en condiciones óptimas y se decidió construir una caja estanca. Utilizando las herramientas disponibles en la planta piloto de la Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, se completó la construcción en un plazo de dos días. Además, el gel de sílice, empleado como agente desecante, fue sometido a un proceso de secado en horno durante 30 minutos para garantizar su eficacia.



Figura 4.7 - Secado del gel de sílice en un horno. Este proceso fue realizado en dos ocasiones a lo largo del proyecto.

Una vez concluida la construcción de la caja estanca, esta se puso en uso para conservar adecuadamente el filamento durante las pruebas.

4.1.6. Impresión de prueba en TPU

Para las pruebas de impresión con material técnico TPU, se configuraron parámetros específicos: velocidad de impresión menor a la estándar y la desactivación de las retracciones. Estas modificaciones se realizaron para evitar problemas comunes asociados al TPU, como aplastamiento del filamento y pérdida de tracción, que pueden ocurrir debido a su menor resistencia y tendencia al atascamiento en la zona de extrusión por pandeo.

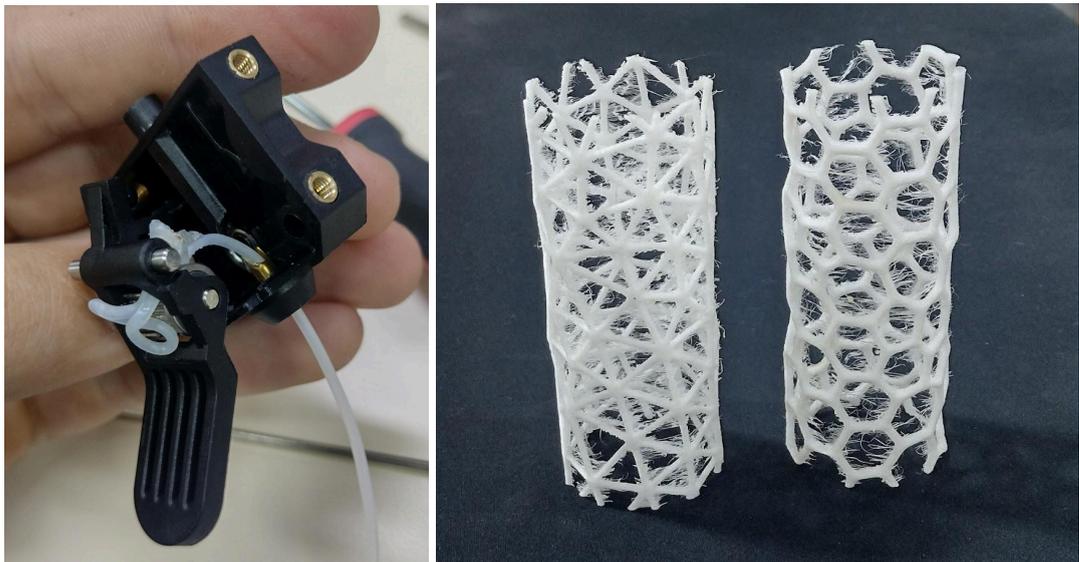


Figura 4.8 - Resultados de las pruebas de impresión en TPU. A la izquierda el atasco generado por la irregularidad del diámetro del filamento. Se determinó que la causa de este problema fue

el haber usado anteriormente el mismo en otra impresora, la cual había aplastado el material en el último tramo. A la derecha las pruebas de impresión de probetas, en el que se observa el efecto del “stringing”.

A pesar de contar con una impresora de extrusión directa, se presentaron dificultades durante el primer intento. El sistema de detección de filamento no reconoció la presencia del mismo, atribuido a irregularidades en el diámetro del material. Esto provocó un avance repentino del filamento, resultando en un atasco en el sistema reductor del extrusor. Aunque el fabricante sugería reemplazar el cabezal completo, se optó por desmontar e inspeccionar el componente, localizando y solucionando el atasco. Tras rearmar el extrusor, la impresora retomó su funcionamiento normal.

Finalizadas las impresiones iniciales, se observaron defectos significativos: fallas en los voladizos que no habían ocurrido con PLA y extrusiones indeseadas conocidas como "stringing". Estos efectos son pequeños hilos en impresión 3D que aparecen mientras el cabezal hace desplazamientos, es decir, se mueve por el vacío. Esto es propio de una configuración sin retracciones. Estos resultados destacaron las diferencias en comportamiento y exigencias técnicas entre ambos materiales. Además, en otras impresiones fallidas, la anisotropía se volvió otro problema evidente.

4.1.7. Análisis y decisión del cambio de diseño

Simultáneamente a las pruebas de impresión en TPU, se procedió al ensamble de las piezas obtenidas para la construcción del banco de pruebas. El proceso se detuvo a raíz de recibir la información sobre el equipo de medición de textura compatible con los ensayos y de la obtención de resultados no satisfactorios de las pruebas de impresión en TPU. Estos hechos impulsaron un rediseño del experimento, lo que llevó a ajustar los requisitos y modificar el desarrollo del mismo, para adaptarse mejor a las nuevas condiciones. Este cambio se realizó considerando que gran parte de los conocimientos acelerarían las actividades restantes.

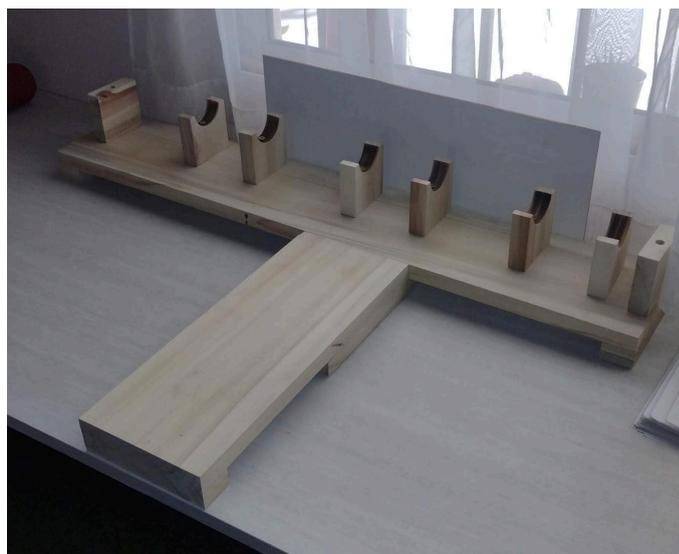


Figura 4.9 - Banco de pruebas parcialmente ensamblado. El proceso fue interrumpido por el cambio de diseño. Este equipo se donó a la institución para futuras experiencias.

4.2. Diseño experimental final

La modificación del diseño permitió acelerar el ritmo de progreso del experimento. Con las herramientas y métodos previamente mencionados, el nuevo diseño experimental se elaboró rápidamente. El enfoque se centró en un ensayo de tracción, lo que permitió optar por la impresión horizontal de las probetas, minimizando los problemas de anisotropía. El tamaño de la probeta se definió en función de los límites dimensionales de la impresora. Además, se incluyeron agarres en el diseño para evitar posibles defectos que pudieran surgir al sujetar la probeta directamente desde la estructura.

4.2.1. Modelado de nuevas probetas

El primer paso fue el de remodelar las probetas, requiriendo de algunas nuevas consideraciones, tales como los posibles efectos de borde y cómo minimizarlos. Esto se realizó aplicando los conocimientos previos adquiridos, realizando el rediseño en sólo unas pocas iteraciones. Los efectos de borde se consideraron irrelevantes debido a la relación de aspecto y las deformaciones máximas a las que se sometería la probeta.

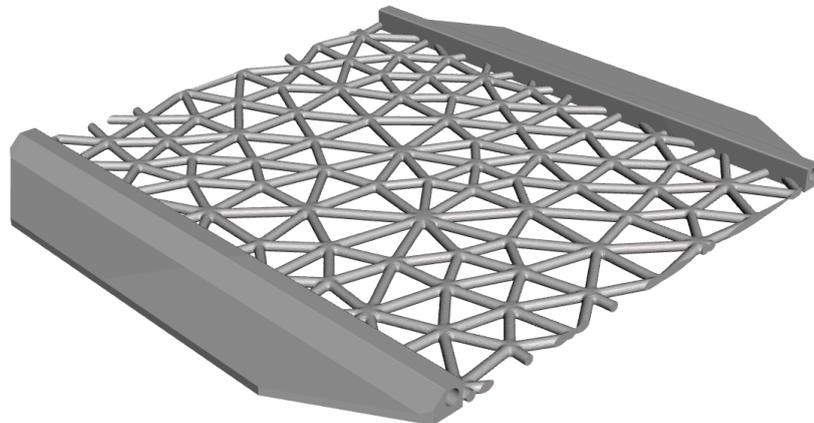


Figura 4.10 - Resultado final del modelado de probetas. El tamaño promedio de los elementos se definió en 14 mm, configurando el remallado para una regularidad de valor 10, con bordes libres.

Al cargar el modelo de la probeta y el de los agarres en el software laminador se observó la necesidad de que provengan de un único modelo, de lo contrario el software realiza el laminado a cada modelo por separado, y las pasadas pueden incluso interceptar a pasadas ya realizadas. La solución requirió de nuevas técnicas para poder unir dos mallas de manera precisa y eficiente. Esto se intentó mediante Meshmixer, pero se descartó debido a grandes tiempos de espera y a errores producidos en todos los intentos de unión. Inesperadamente, el mismo software laminador Cura fue la mejor solución, al introducir los dos modelos y centrarlos, la precisión de la unión fue inmejorable y no produjo errores ni demoras al exportarse en un único modelo.

4.2.1.1. Agarres rígidos

El desarrollo de los agarres evolucionó conforme se conocieron las características del nuevo equipo de ensayo disponible. Las primeras probetas contaban con ojales para su sujeción mediante dos puntos de fijación por lado, diseño que fue descartado tras evaluar los accesorios de fijación disponibles. Se adoptó un sistema de fijación por fricción, que requería superficies planas diseñadas para ser comprimidas por las

mordazas del equipo. Se realizaron pruebas de impresión para validar estas configuraciones en TPU.

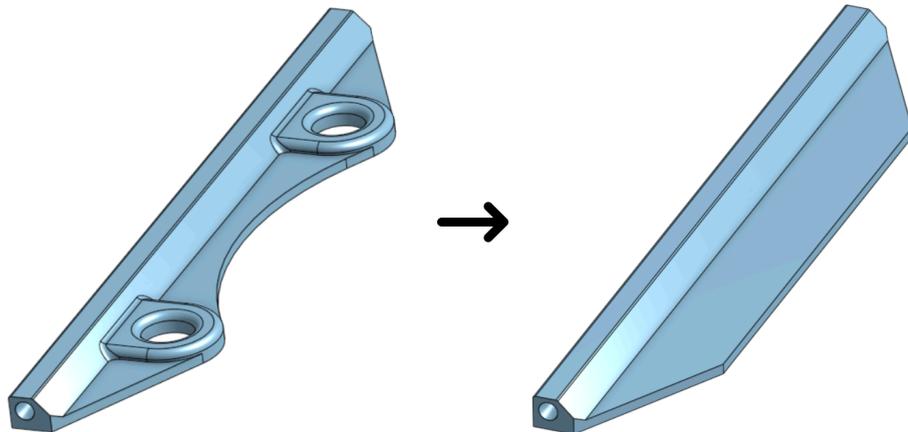


Figura 4.11 - Última mejora del elemento de fijación de las probetas.

La rigidez de los agarres fue una consideración clave desde el inicio. Para garantizarla, se diseñaron insertos de acero que reforzaran las probetas. El diseño inicial contemplaba la inserción de varillas durante el proceso de impresión mediante comandos de pausa. Sin embargo, múltiples pruebas revelaron que la impresora no respondía correctamente a estos comandos. Esto llevó a un rediseño, en el que los espacios para las varillas quedaron abiertos al exterior, permitiendo su inserción una vez finalizada la impresión.

4.2.2. Fabricación de probetas

Con los modelos finales preparados, se inició la impresión de probetas utilizando la caja estanca para preservar las propiedades del filamento. La primera probeta de Voronoi se imprimió satisfactoriamente, y tras completar el proceso, se insertaron las varillas de refuerzo, confirmando la funcionalidad del diseño. Esta probeta se utilizó para una prueba inicial en el texturómetro, lo que permitió verificar la adecuación del equipo para los ensayos, funcionando como capacitación operativa.

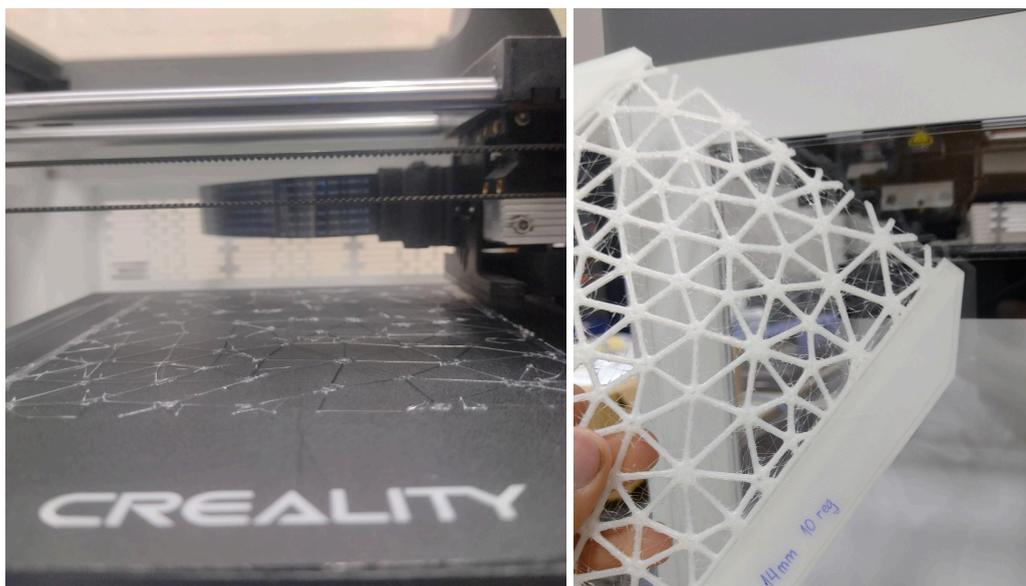


Figura 4.12 - A la izquierda la impresión de la probeta en proceso, con el resultado a la derecha.

Sin embargo, su pareja correspondiente, con patrón Delaunay, no fue impresa hasta un mes después. Este intervalo provocó diferencias visuales en el material, la nueva probeta mostraba un color blanco mientras que la anterior había adquirido un tono amarillento, probablemente debido a la exposición ambiental. Por esta razón, los resultados de estas primeras pruebas fueron descartados. Posteriormente, se imprimió un segundo par de probetas, esta vez de forma simultánea, garantizando condiciones homogéneas y mayor consistencia en los resultados. Para estas impresiones se redujo la altura del modelo con respecto a la cama en 0.2 mm, mejorando la adhesión de la primera capa a la cama.

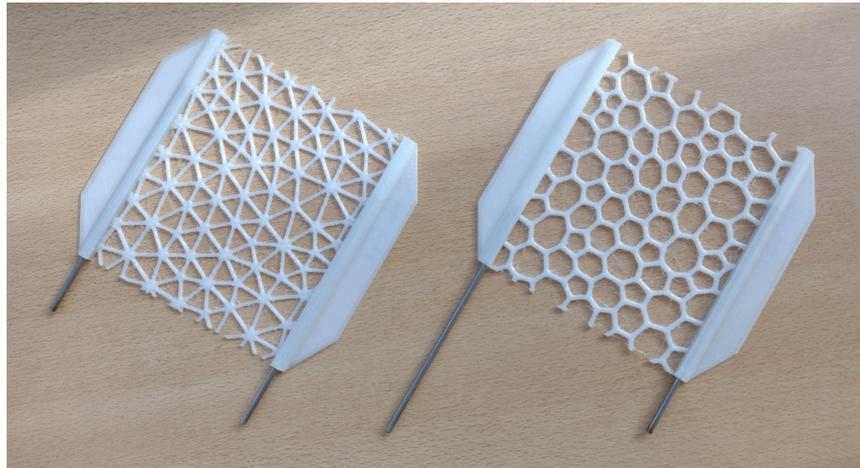


Figura 4.13 - Probetas impresas, con los insertos de acero expuestos. El ajuste generado por la flexibilidad del material y la sobre extrusión natural de la impresión, hicieron las cavidades huecas de cinco milímetros ideales para las varillas del mismo diámetro.

4.2.3. Desarrollo del experimento

Completada la fabricación de las parejas de probetas, se procedió a los ensayos experimentales. Se configuraron los parámetros en el texturómetro, estableciendo un 5% de deformación como límite para finalizar cada prueba. Ambas probetas fueron ensayadas utilizando la misma longitud inicial, asegurando condiciones uniformes para la comparación.



Figura 4.14 - Ensayo en curso. Nótese la naturaleza de los accesorios, los cuales difieren en dimensiones. El superior posee un área de contacto más concentrada en el centro de la probeta, que deformaría de manera irregular una probeta sin extremos rígidos.

Durante los ensayos, los datos fueron monitoreados en tiempo real, registrándose una carga máxima de 200 N, dentro del rango operativo del texturómetro, cuya capacidad máxima es de 245 N. La capacitación y experiencia obtenidas en pruebas previas facilitaron la ejecución de estos ensayos sin inconvenientes técnicos.

4.2.4. Recopilación de datos

La recopilación se realizó automáticamente durante el ensayo. Estos datos pudieron ser comparados en el mismo software del equipo. La exportación de los datos obtenidos requirió de la copia manual de los resultados a una hoja de cálculo. La extracción del equipo de estos datos, capturas y otros archivos fue hecha mediante la grabación en un disco compacto o CD. Este fue leído luego en otra computadora, que sí poseía conexión a internet.

4.2.5 Prueba de rigidez - Probetas prismáticas

Se diseñó, fabricó y ensayó probetas simples de sección rectangular de área similar a las probetas de estructura. La sección transversal de las probetas es de sección cuadrada, con 8.75 mm de lado, dando un área de referencia de 76.5625 mm². El diseño fue realizado por CAD, con la sección prismática con un largo de ensayo de 50 mm y dos secciones perpendiculares en donde se fija a las mordazas. Se fabricó en TPU, con las mismas configuraciones que para las probetas de estructuras, disponiendo el material en patrón lineal paralelo a la dirección de la carga. Se ensayó con la misma configuración de velocidad, finalizando el ensayo después de alcanzar el 5% de deformación unitaria.

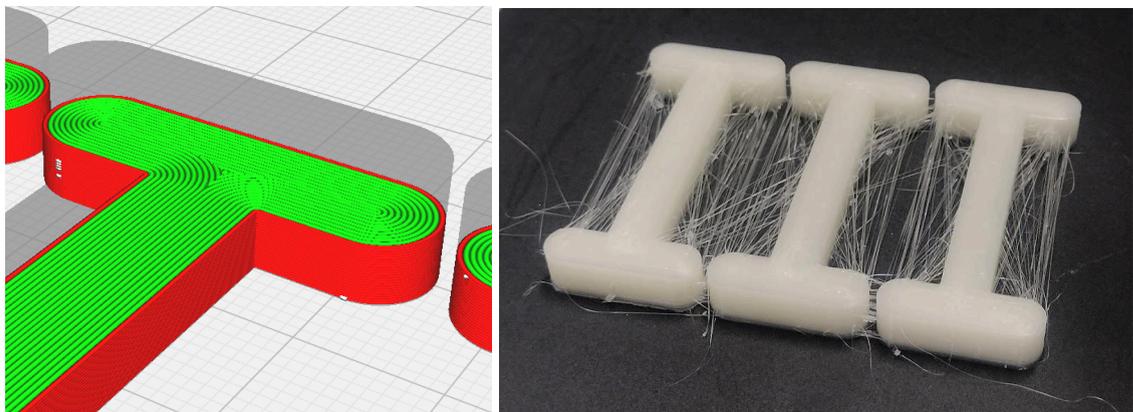


Figura 4.15 - A la izquierda, la disposición del material en paralelo con el esfuerzo en la parte prismática. A la derecha, las probetas prismáticas fabricadas presentando los mismos defectos que el resto de las probetas, al imprimirse con la misma configuración.

5. Análisis y resultados

En esta sección se discutirá el análisis realizado sobre los datos recopilados y los resultados logrados a partir de los mismos. Se detalla el procesamiento de los datos, la comparación y el análisis tanto de la rigidez como del área resistente de cada probeta, la validación de la hipótesis y, finalmente, la discusión de las limitaciones de los resultados presentados.

5.1. Procesamiento de datos

Tras la conversión manual de formato descrita en la etapa de recopilación, los datos requerían acondicionamiento previo a su análisis. En la Figura 5.1 se presenta un gráfico del primer ensayo con las observaciones en crudo. Se observaron valores de carga anormales al comienzo del ensayo. El valor de carga inicial para ambos ensayos difería de cero, y además la carga disminuía por unos instantes para después comenzar a aumentar. Además, se nota la toma innecesaria de registros al alcanzarse el valor de corte del ensayo y el valor negativo de los mismos. Esta observación llevó a un análisis exhaustivo de la configuración del instrumento de medición. Se concluyó que sería necesario rehacer los experimentos. Este estudio fue de vital importancia para la obtención de resultados válidos para un ensayo de tracción.

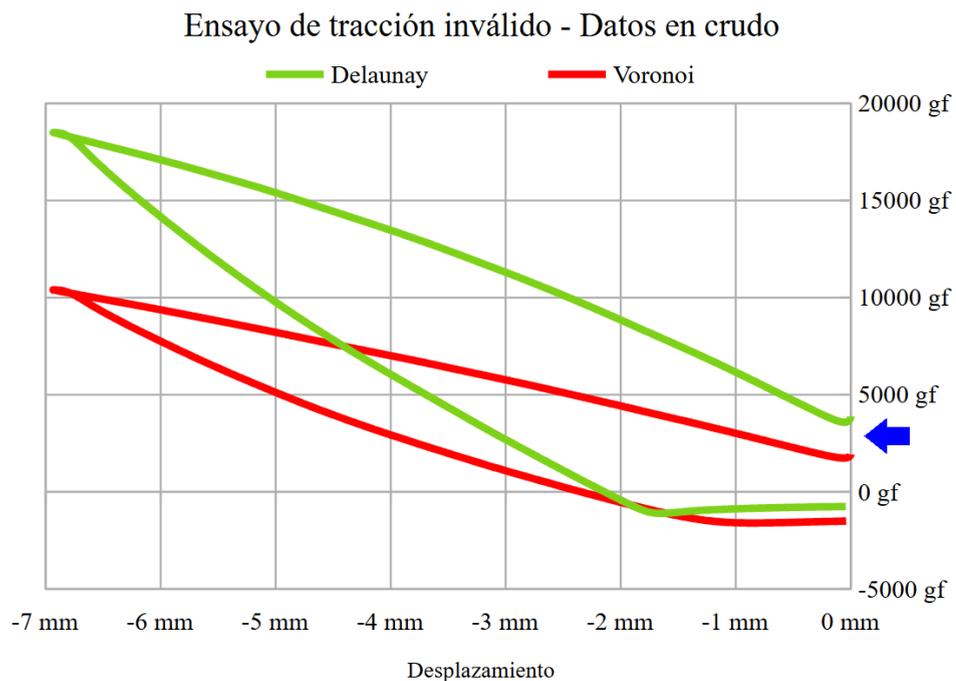


Figura 5.1 - Gráfica de los datos en crudo de un ensayo inválido. El inicio de ensayo de ambas probetas se señalan con una flecha azul.

Tras la repetición de las experiencias, se pre-acondicionaron los datos mediante la correcta configuración del equipo. Se invirtió el signo de los desplazamientos, se introdujo la longitud deformable en la configuración de la probeta para medir directamente la deformación porcentual, se cambió la unidad de fuerza por el Newton y, principalmente, se solucionó el problema en el inicio de la toma de datos.

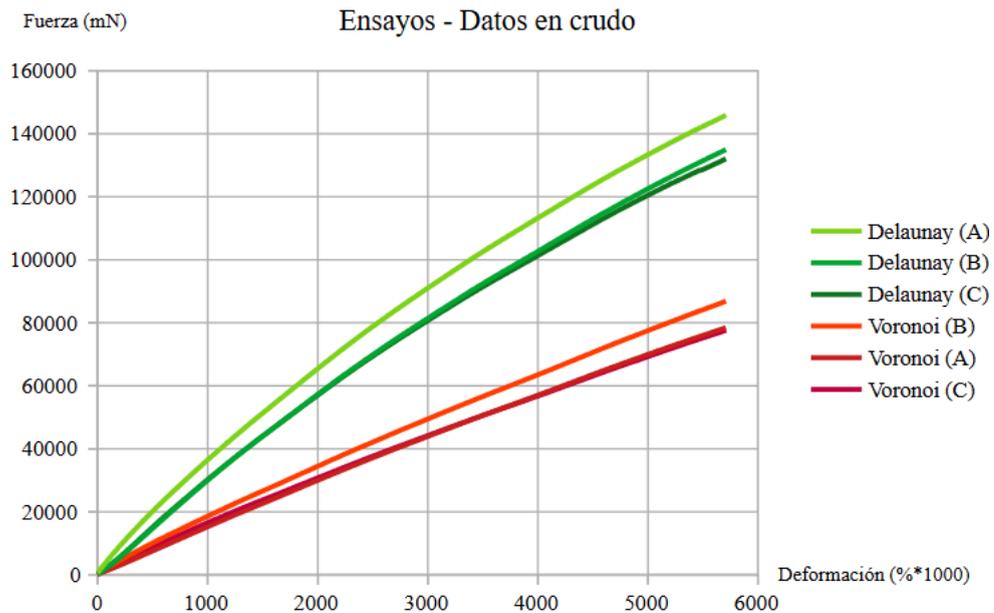


Figura 5.2 - Gráfica de las observaciones obtenidas del equipo, para las probetas de estructuras.

Una vez extraídas las mediciones del equipo, se finaliza su procesado cambiando la escala de los valores medidos. Los valores de deformación fueron ajustados para representar un porcentaje, así mismo para los valores de carga que representen la medida de ne. Estos pasos garantizaron la consistencia y relevancia de los datos para el análisis posterior. Los resultados de este proceso se presentan en la siguiente sección.

5.2. Comparación de resultados experimentales

En la Figura 5.3 se presentan los datos procesados de los ensayos realizados. Se observan claras diferencias entre los comportamientos de las estructuras analizadas. Aunque ambas probetas fueron sometidas a ensayo bajo las mismas condiciones, sus respuestas evidencian diferencias relevantes en términos de rigidez.

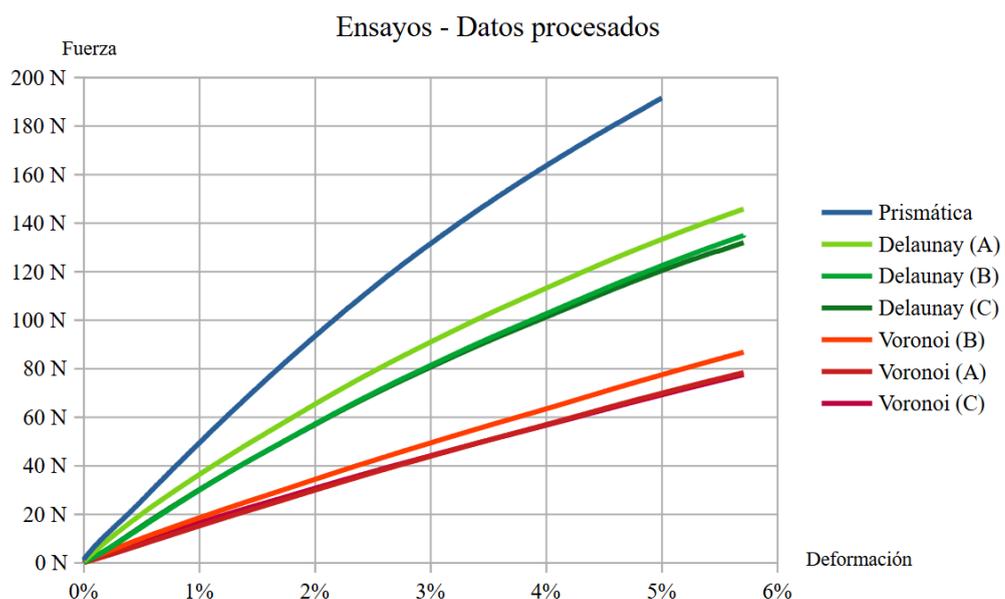


Figura 5.3 - Datos resultantes procesados. Se nota la naturaleza lineal del comportamiento de las probetas de Voronoi frente al comportamiento de Delaunay que cambia su pendiente con la deformación. Esta observación es la primera prueba de veracidad de la hipótesis establecida.

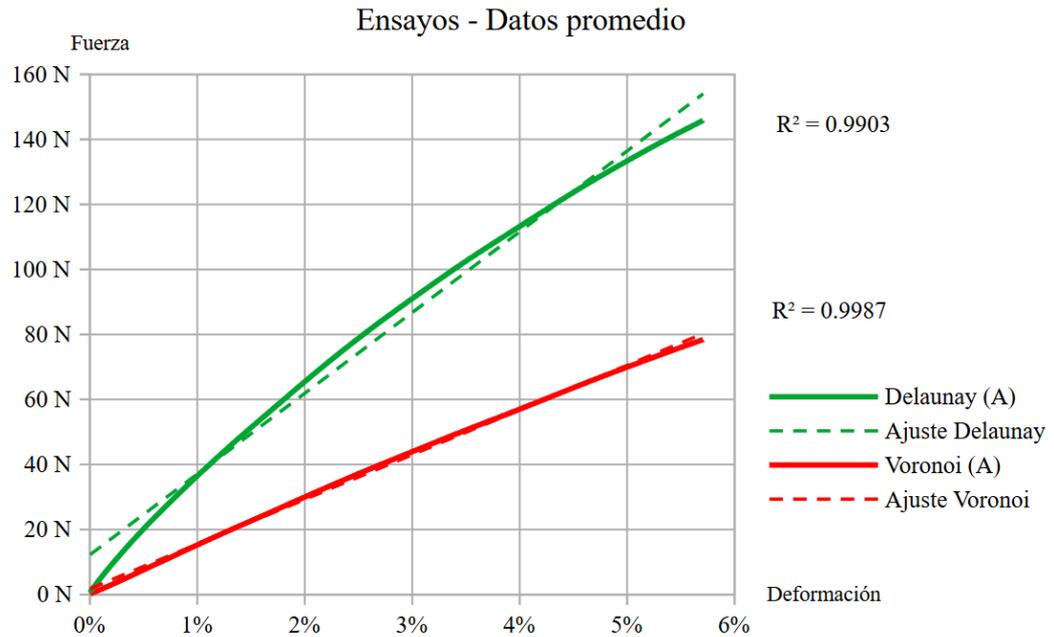


Figura 5.4 - Datos promediados por tipo de estructura. Se disponen también los coeficientes R^2 de determinación para cada recta ajustada. Esta diferencia justifica un análisis más profundo.

En primer lugar, la carga necesaria para alcanzar la misma deformación es consistentemente mayor para la estructura de Delaunay que para la de Voronoi, lo que indica un coeficiente de rigidez promedio superior para la primera e incentiva un análisis más profundo. Este comportamiento es el esperado, ya que muestra una mayor rigidez de los reticulados de triángulos en comparación al resto de las estructuras posibles. Esto se debe a que la disposición de sus elementos estructurales confiere una mayor capacidad para resistir deformaciones bajo carga, incluso en el caso analizado, donde las direcciones de los elementos son aleatorias.

En segundo lugar, se presenta la primera evidencia de que la estructura de Voronoi presenta un comportamiento más lineal en comparación con la de Delaunay, cuya relación al cambio o derivada entre la carga y el desplazamiento cambia en gran medida a lo largo del ensayo. Esta diferencia se cuantifica mediante el cálculo del coeficiente de determinación R^2 presentado en la Figura 5.4, que refleja la diferencia en ajuste de la recta a las respuestas observadas.

Finalmente, estos hallazgos refuerzan la idea de que las características geométricas de las estructuras influyen significativamente en el desempeño bajo tracción.

5.3. Evaluación del comportamiento del material

El desempeño del termoplástico es crítico en estos ensayos y en las conjeturas realizadas a continuación. Una de las condiciones es que las deformaciones efectuadas sean reversibles. Esto se confirmó cualitativamente al realizar varios ciclos de ensayos hasta una deformación de cinco por ciento y observar la misma respuesta después de un tiempo de relajación o restitución. Esto asegura que las relaciones establecidas mantengan su validez después de realizado el ensayo.

Se observó también que las impresiones en TPU presentaron mayor anisotropía que las realizadas en PLA. El motivo es una menor adherencia entre capas, especialmente en las

probetas cilíndricas, donde las fallas interlaminares eran frecuentes. Este problema, asociado al proceso de impresión, fue eliminado mediante el rediseño experimental. El rediseño y las configuraciones de impresión permitieron que el filamento fundido sea dispuesto en paralelo con la carga recibida por cada elemento de la estructura. Esto se puede observar en la Figura 5.7. De allí la importancia de considerar estas propiedades del material en aplicaciones estructurales.

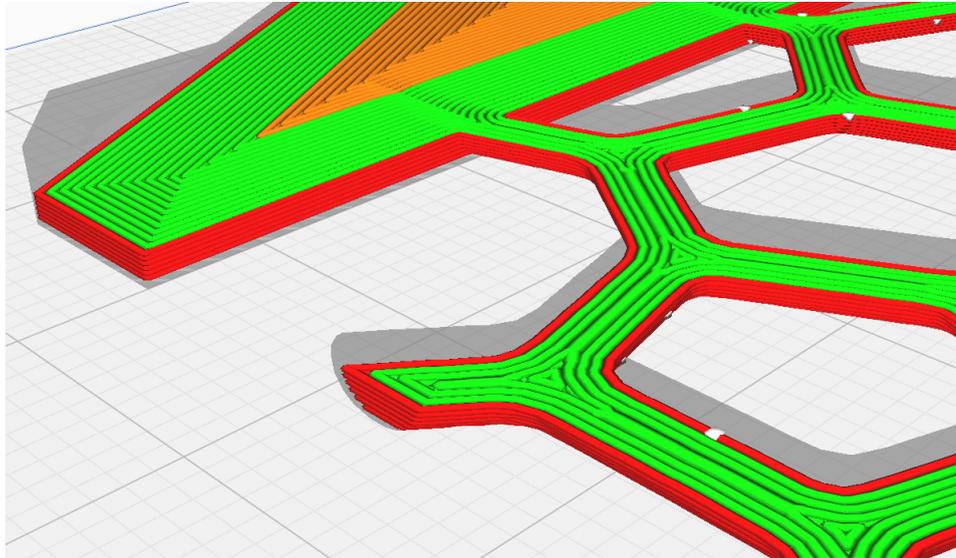


Figura 5.5 - Recorridos creados por el software laminador en la impresión de probeta de Voronoi. La configuración fue definida como concéntrica para lograr este resultado. Los esfuerzos axiales sobre las barras son resistidos en la misma dirección que la disposición del material.

El TPU, al ser un polímero de mayor viscosidad en estado fundido y con capacidad de elongación superior, presentó defectos adicionales durante la impresión. Entre ellos, se identificaron "stringing", pasadas despegadas y acumulaciones de material en el extrusor que ocasionaron la formación de imperfecciones sobre la pieza. Estos defectos, aunque problemáticos, son relevantes en el análisis ya que informan decisiones futuras, tanto sobre la selección de materiales como sobre la necesidad de equipos más avanzados para procesar polímeros más complejos.

Desde el punto de vista mecánico, el TPU demostró un comportamiento satisfactorio. Para áreas resistentes cercanas a 75 mm^2 , se lograron deformaciones mayores al 5% con cargas menores a 20 N, lo cual permitió realizar ensayos con equipos accesibles de baja capacidad, obteniendo datos útiles. En comparación, el PLA posee una rigidez considerablemente mayor, que dificulta la observación de deformaciones bajo las cargas similares, limitando su utilidad para equipos menos especializados. En este contexto, las propiedades del TPU fueron adecuadas, permitiendo un balance entre deformación observable y capacidad de carga.

5.4. Estimación del módulo de elasticidad tangente

Los ensayos realizados sobre las probetas prismáticas permitieron obtener los datos necesarios para aproximar el valor de la razón tensión-deformación local, que varía con la deformación. La sección resistente de las probetas prismáticas se considera constante ya que los efectos de Poisson son irrelevantes frente al cambio de área resistente que surge al deformarse y alinearse los elementos de una estructura con el esfuerzo realizado.

En primer lugar, se calcula la tensión estimada como la fuerza medida sobre el área cuadrada, de 8.75mm de lado. Con los datos de tensión-deformación se aproxima la pendiente mediante diferencias finitas promediadas. Es decir,

$$E_t = \frac{\delta\sigma}{\delta\epsilon} \approx \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1}{\bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_1} \quad (5.1)$$

Estos promedios fueron realizados con 250 datos, lo que suavizó la curva. Luego se realizó un ajuste por recta, permitiendo estimar este módulo a partir de un valor de deformación. Esto también descarta los efectos cíclicos observados y permite extrapolar para deformaciones superiores a su rango. Tanto la curva como la recta de ajuste se observan en la Figura 5.6. Se incluye su coeficiente de determinación y ecuación.

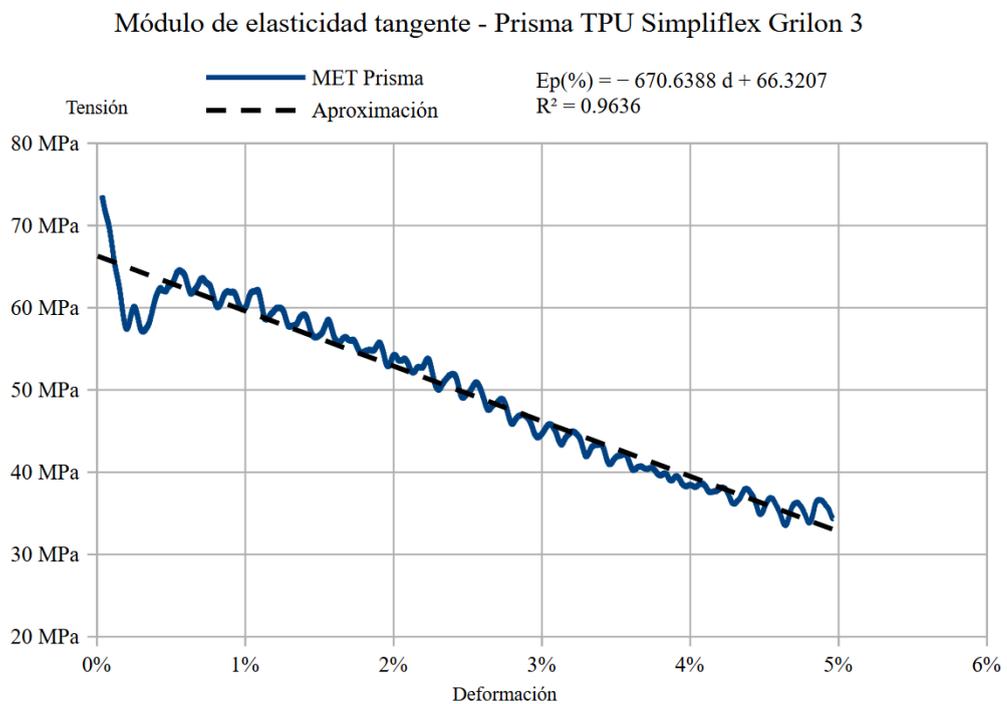
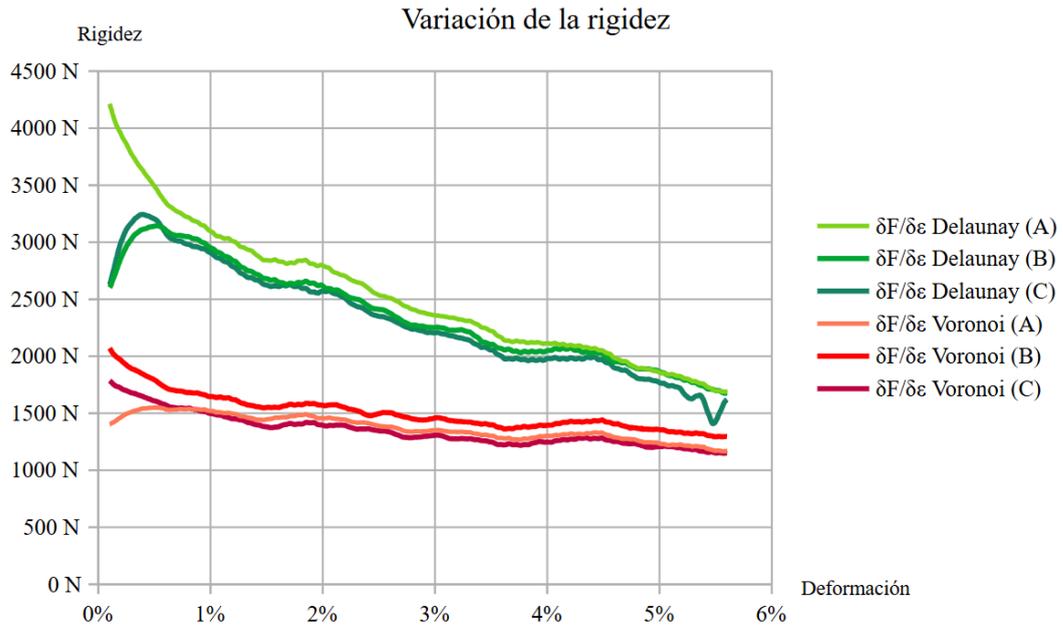


Figura 5.6 - Respuesta medida del módulo de elasticidad tangente ante la deformación. Se ajusta a esta una recta mediante mínimos cuadrados.

5.5. Variación de rigidez de probetas de Voronoi y Delaunay

Mediante el mismo método se estima la derivada de la rigidez para ambas probetas. Se calculan diferencias finitas promediadas para cada punto. Esto se realiza para cada probeta, para poder comparar entre pares duales. La derivada de la rigidez indica cómo cambia esta propiedad a medida que se deforma la probeta, y es dependiente del área, a diferencia del módulo de elasticidad tangente. Estos resultados se reflejan en la Figura 5.7 y serán utilizados en la siguiente sección.



5.7 - Evolución de la rigidez a medida que transcurre el experimento. Cada valor representa de manera instantánea cuánto aumenta la fuerza necesaria si se deformara al doble de su longitud inicial. La rigidez crece a lo largo del experimento, pero su crecimiento se desacelera para ambas probetas con la deformación.

5.6. Definición de área resistente equivalente

El área resistente equivalente es un valor de sección que se calcula para una probeta de área resistente desconocida tomando a otra como referencia. Este valor permite analizar y concluir sobre propiedades globales de su comportamiento. Este análisis permite obtener un diagrama de tensiones equivalente sin necesidad de determinar el área resistente de la muestra a medida que varía el ensayo. Si se define como referencia una probeta de composición homogénea, sólida y del mismo material que el espécimen en estudio, el área resistente también puede llamarse efectiva. Formalmente, se define como

$$A_{req} = \frac{E_t}{E_{tr}} A_r, \quad (5.2)$$

es decir, el cociente entre el área resistente equivalente y el área de referencia es igual al cociente entre los módulos tangenciales que se comparan, siendo E_t y E_{tr} los módulos de elasticidad tangentes de las probetas analizadas y de referencia, respectivamente. Usando los datos recopilados, el área resistente equivalente se calculan con la fórmula:

$$A_{req} = \sqrt{\frac{\delta F}{\delta \epsilon} \frac{A_r}{E_{tr}}}. \quad (5.3)$$

Esta área se calcula para cada probeta, tomando como referencia a la probeta prismática. Al realizar esta comparación, se puede saber cómo se comparan las tensiones efectivas, los módulos elásticos tangenciales entre Voronoi y Delaunay, además de contrastar con

la probeta prismática de referencia. Los resultados se observan en la Figura 5.8. Si el material que conforma a las probetas de cada uno de los ensayos: A, B y C, se redistribuye para formar un prisma, el área resistente es:

$$\begin{aligned} E_A &= 80.89mm^2, \\ E_B &= 101.98mm^2 \text{ y} \\ E_C &= 97.84mm^2, \end{aligned} \quad (5.4)$$

respectivamente. Estas áreas se estiman al obtener cada volumen de la malla y transformarlos en un prisma del largo adecuado. El área resistente equivalente de cualquiera de las probetas analizadas, en comparación con una probeta prismática completamente rellena y orientada paralelamente al esfuerzo, nunca puede igualar el área estimada. Para que esto ocurriera, el material tendría que estar dispuesto en un prisma con la misma sección transversal.

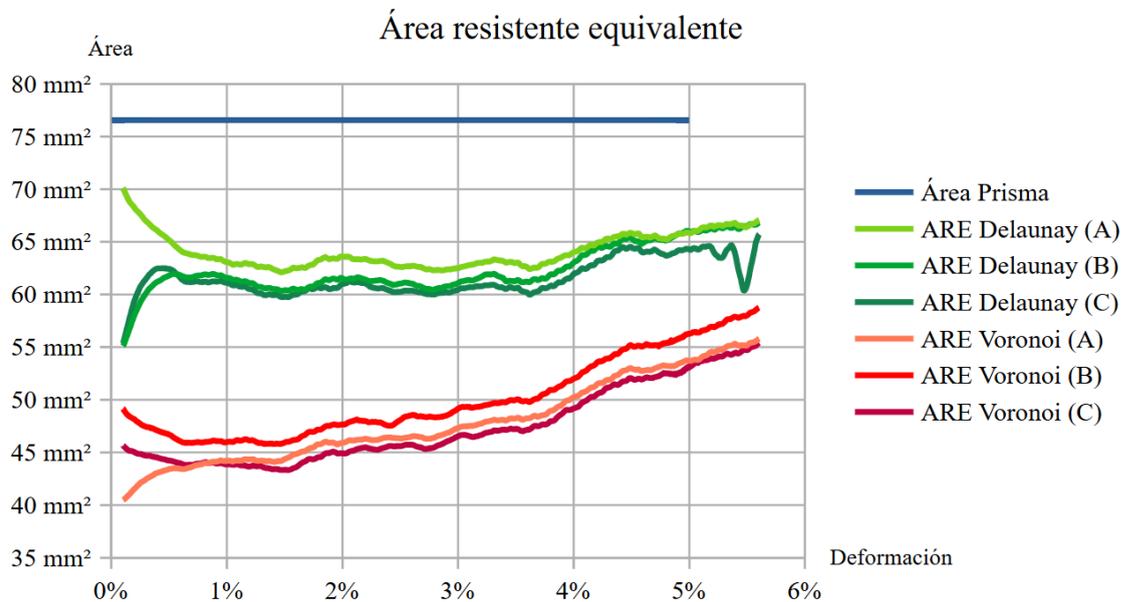


Figura 5.8 - Comparación de áreas resistentes equivalentes. Se observa un comportamiento marcado de las probetas de Voronoi que aumentan su área resistente equivalente a medida que se deforman, esto se presume que es causado por el acomodamiento de los elementos que constituyen a la estructura, que se alinean al esfuerzo y ofrecen mayor resistencia. Este análisis también permite confirmar que, efectivamente, el área resistente equivalente de las probetas no supera nunca a las máximas establecidas.

Esta comparación se puede adimensionalizar si se dividen estas áreas por el área de referencia, ya que

$$\frac{A_{req}}{A_r} = \frac{E_t}{E_{tr}} = C, \quad (5.5)$$

siendo este último el cociente de equivalencia, que representa cómo se comparan las probetas analizadas. Este caso toma de referencia una probeta homogénea y sólida, y la compara a probetas con estructuras con huecos. Este índice indicará cómo se comparan

los módulos de elasticidad tangentes a medida que se deforman ambas probetas. Se representan los datos en la siguiente Figura 5.9.

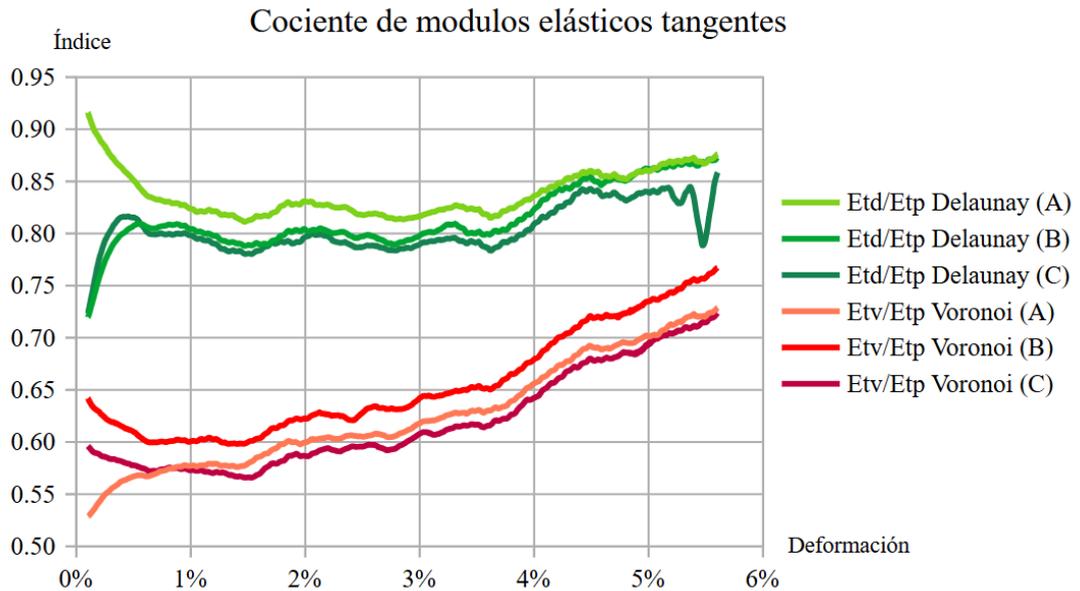


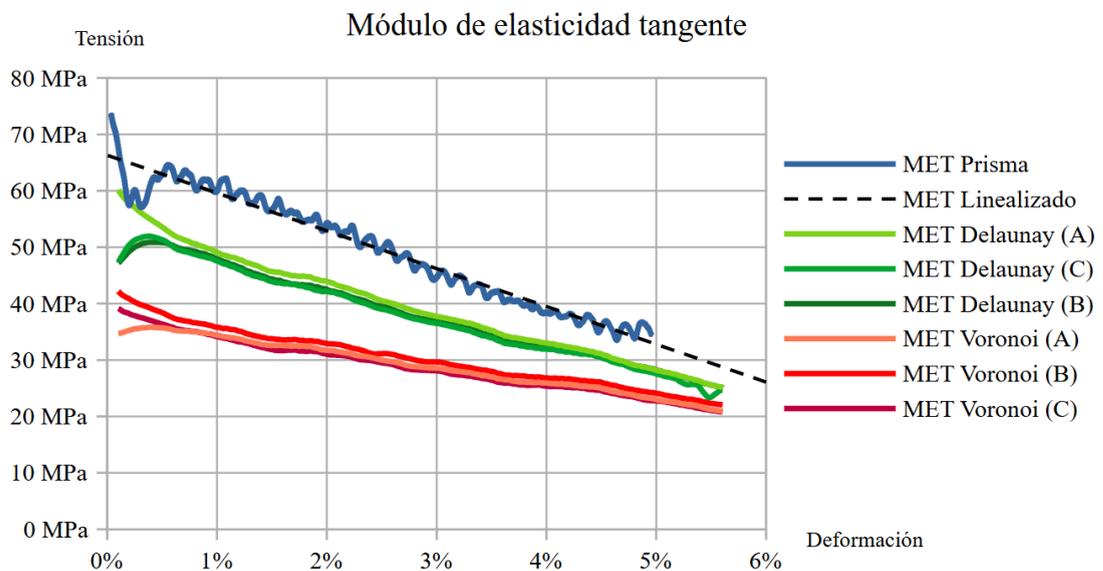
Figura 5.9 - Gráfica similar a las áreas resistentes equivalentes al haberse dividido por un área constante para la probeta prismática.

5.7. Cálculo de módulos de elasticidad tangentes, ensayos de tracción

Con el valor de área resistente, se pueden calcular los módulos de elasticidad tangentes correspondiente a cada probeta. Esto se debe a que

$$E_t = \frac{\delta\sigma}{\delta\epsilon} = \frac{\frac{\delta F}{A}}{\frac{\delta L}{L_0}} = \frac{1}{A} \cdot \frac{\delta F}{\delta \epsilon} \quad (5.6)$$

con esta última fracción siendo igual a nuestra variación o derivada de la rigidez. Los valores calculados se reflejan en la Figura 5.10.



5.10 - Se observa la comparación entre la probeta prismática y las probetas de estructuras.

Estos valores de área también permiten calcular las tensiones equivalentes presentes en la Figura 5.11, que son las que surgen de considerar las cargas aplicadas a las áreas resistentes equivalentes. Estas tensiones indican la carga a la que estaría sometida una probeta prismática de la misma área, por lo que efectos de flexión, torsión y corte se ignoran al observar este valor. Se desconoce si la rotura ocurre bajo las mismas tensiones de carga, aunque es una rama más abierta a la investigación.

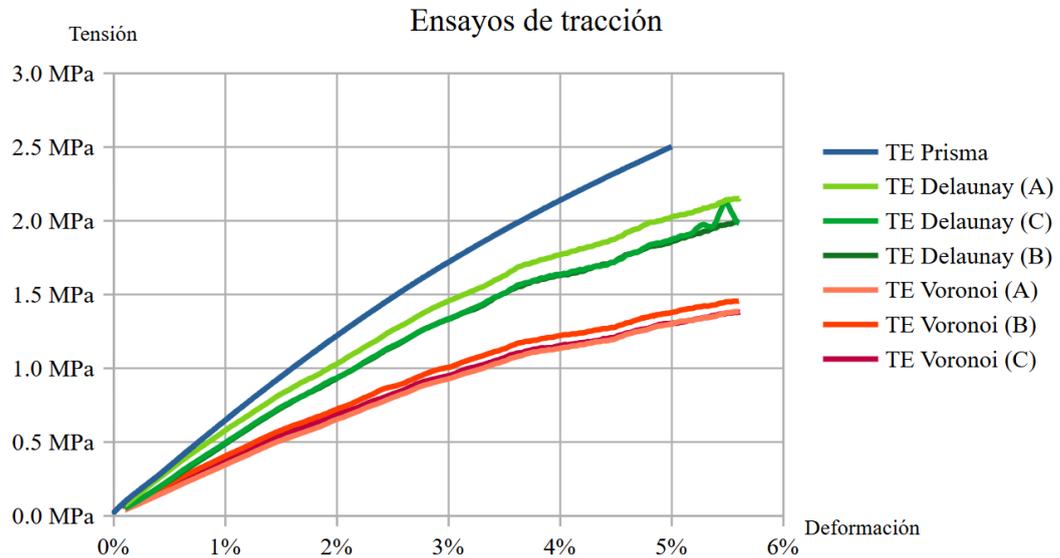


Figura 5.11 - Se observan los resultados calculados. La tensión ensayada en la probeta prismática es la más alta para cualquier deformación. Las probetas de Delaunay presentan tensiones equivalentes cercanas a un 85% la máxima posible, mientras que las de Voronoi rondan el 60%.

5.8. Comparaciones entre estructuras

Con los datos obtenidos se pueden generar comparaciones entre las estructuras de interés. Se calcula el cociente entre las tensiones efectivas para ambas estructuras para cada ensayo. Los resultados se muestran, en la Figura 5.12.

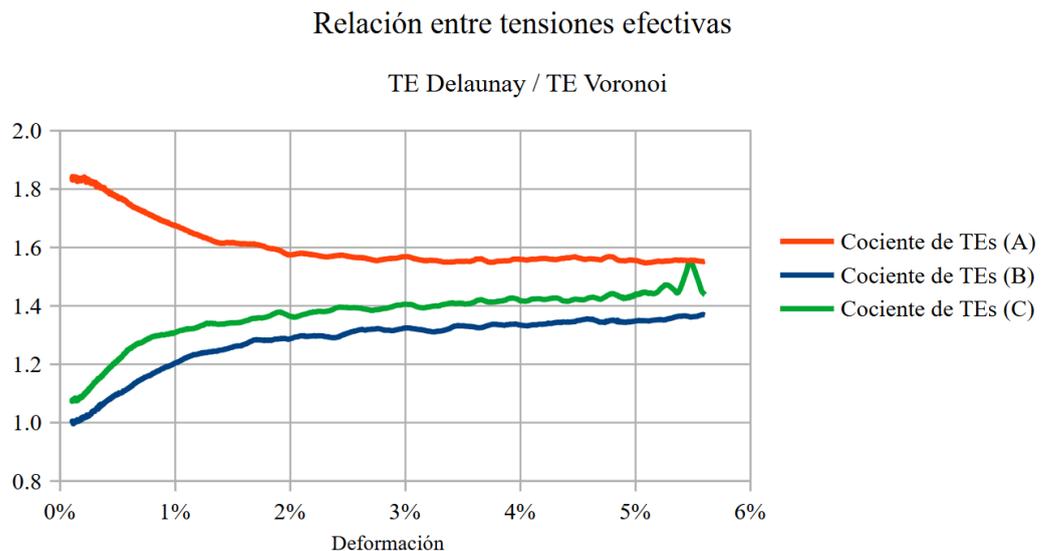


Figura 5.12 - Se identifica una clara tendencia: las tensiones efectivas en Delaunay son consistentemente entre 1.4 y 1.5 veces mayores que en Voronoi. Además, esta relación se mantiene relativamente constante a lo largo de la deformación, desde 2% hasta 5%. Esto sugiere

que, en un ensayo de rotura, las probetas de reticulados podrían alcanzar el fallo antes que su contraparte dual, debido a las tensiones efectivas más elevadas.

Si ahora se considera la razón entre los módulos de elasticidad tangentes de las parejas Voronoi-Delaunay, se obtienen, para cada ensayo, las siguientes relaciones representadas en la Figura 5.13.

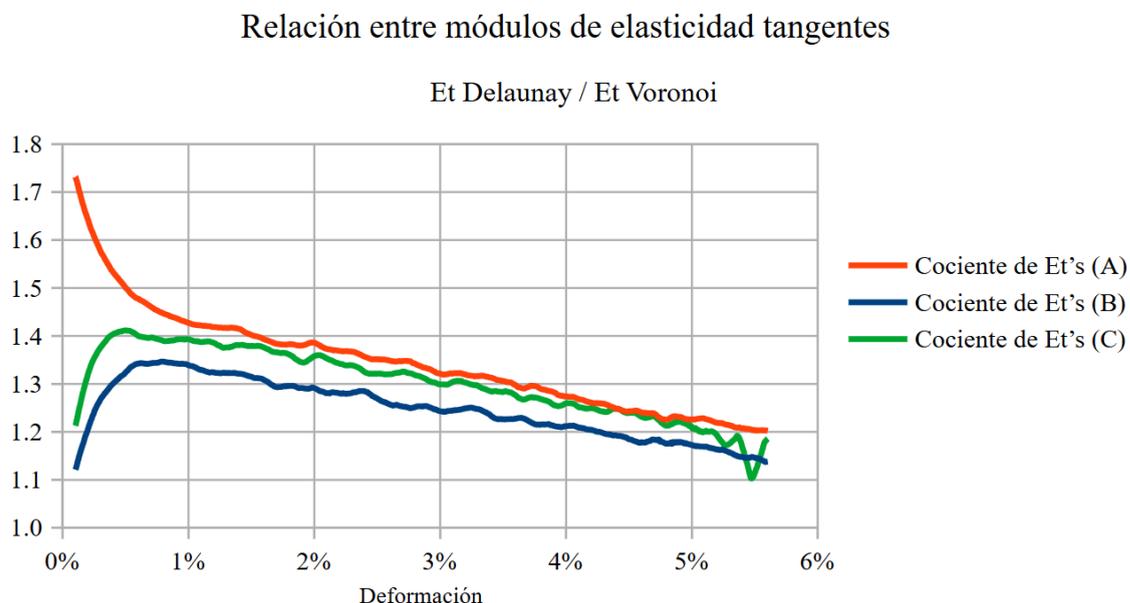


Figura 5.13 - Se observa una clara tendencia lineal de pendiente negativa. Esta relación muestra que, al comparar las gráficas tensión-deformación, la pendiente de Delaunay disminuye de forma constante con la deformación en relación con la de Voronoi. A medida que la deformación aumenta, la respuesta del reticulado tiende gradualmente hacia la de su dual. Se presume que ambas pendientes se igualarían en deformaciones mayores.

5.9. Validación de la hipótesis

Se obtuvieron diferencias significativas en el comportamiento mecánico entre las estructuras de Delaunay y Voronoi. Se observaron claras relaciones, independientes de longitud y área, que comparan cómo se comportan estas estructuras. Se realizaron a su vez análisis de rigidez y de módulos de elasticidad tangentes, que permitieron obtener más conocimientos al comparar las estructuras a una probeta homogénea de referencia.

5.10. Discusión de limitaciones

El desarrollo de este proyecto enfrentó varios desafíos que podrían haber influido en los resultados obtenidos. Uno de los principales obstáculos fue la complejidad inherente a la cantidad de variables en juego. Desde las dimensiones y configuraciones del diseño de las probetas hasta las condiciones específicas de fabricación y ensayo, cada etapa implicó múltiples factores que debieron ser controlados o, al menos, minimizados. A pesar de los esfuerzos por eliminar la influencia de estas variables en los resultados, es posible que alguna de ellas haya impactado de manera inadvertida en los datos finales.

El tiempo de fabricación de las probetas fue otro desafío relevante. Con un promedio de 12 horas requeridas por cada par de probetas, y la necesidad de supervisión y ajustes cada seis horas, el proceso fue lento y propenso a generar atrasos. Esto no solo impactó

los plazos de los ensayos, sino que también limitó la capacidad de producir un mayor número de muestras, lo cual habría fortalecido la validez estadística de los resultados.

En cuanto al equipo utilizado, los accesorios del texturómetro presentaron limitaciones significativas. En un caso, una fijación se desarmó durante el ensayo, provocando la pérdida de una probeta y comprometiendo los datos de su par correspondiente. Aunque se tomaron medidas para evitar deslizamientos de las fijaciones, no se puede descartar la posibilidad de movimientos mínimos que hayan afectado las mediciones de desplazamiento, introduciendo incertidumbre en los resultados.

Finalmente, la cantidad de probetas necesarias para garantizar una diferencia estadísticamente significativa representó un desafío considerable. La necesidad de analizar relaciones entre variables, como el comportamiento bajo diferentes configuraciones, habría requerido un número significativamente mayor de muestras. La limitación en la cantidad de probetas disponibles pudo haber afectado la rigurosidad de las conclusiones respecto a la hipótesis planteada.

6. Conclusiones y recomendaciones

A continuación, se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas del proyecto de investigación. Este estudio se enfocó en el diseño, desarrollo y validación de un experimento para probar la existencia de diferencias cuantitativas en las propiedades mecánicas de dos estructuras bidimensionales: una basada en la triangulación de Delaunay y otra en la teselación de Voronoi. Ambas estructuras, impresas en 3D con TPU, se sometieron a ensayos de tracción para medir con precisión la fuerza y deformación. El análisis de los resultados obtenidos, junto con la evaluación del comportamiento del material y las limitaciones encontradas, permitió extraer conclusiones relevantes y formular recomendaciones para futuras investigaciones.

6.1. Resumen de hallazgos principales

El proyecto se centró en diseñar, desarrollar y validar un experimento que probara la existencia de una diferencia cuantitativa entre las propiedades mecánicas al analizar dos estructuras bidimensionales. Se utilizó un enfoque experimental riguroso que integró herramientas de diseño avanzado y técnicas adecuadas de análisis de resultados. Se logró fabricar probetas de ensayo con dos configuraciones estructurales distintas: una basada en la triangulación de Delaunay y otra en su dual matemático, la teselación de Voronoi. Estas estructuras, impresas en 3D con TPU, se sometieron a ensayos de tracción utilizando un texturómetro TA.XT2i, lo que permitió medir con precisión la fuerza y la deformación.

Los resultados obtenidos revelaron diferencias significativas en el comportamiento mecánico entre las estructuras analizadas. La estructura de Delaunay, con configuración triangular, presentó mayor rigidez que la de Voronoi, como lo demuestra la mayor carga requerida para alcanzar la misma deformación. Esta diferencia se refleja en la relación entre los módulos de elasticidad tangente, que disminuye linealmente de 1.4 a 1.2 al incrementar la deformación del 1% al 5%. Asimismo, la relación entre las tensiones efectivas de Delaunay y Voronoi se mantuvo aproximadamente constante en 1.5. Por otro lado, la estructura de Voronoi exhibió un comportamiento más lineal, mientras que la de Delaunay mostró variaciones más pronunciadas en su rigidez con el aumento de la deformación.

6.2. Contribuciones al campo de la ingeniería mecánica

Este proyecto contribuyó al campo de la ingeniería mecánica al proporcionar un análisis experimental de las propiedades mecánicas de estructuras bidimensionales generadas a partir de la triangulación de Delaunay y la teselación de Voronoi. Los hallazgos resaltan la importancia de la configuración geométrica en el diseño de estructuras, especialmente en el contexto de la manufactura aditiva.

6.3. Alcances, limitaciones y propuestas para investigaciones futuras

El proyecto se enfoca específicamente en la caracterización y comparación de determinadas propiedades de estructuras, la fabricación de probetas, el diseño experimental y el análisis de los resultados obtenidos, limitándose a dos teselaciones, para el caso bidimensional, sometido a tracción pura en una dirección arbitraria. Se limita a su vez a un tamaño de elemento definido por la resolución de impresión y cargas máximas del equipo de ensayos. Se realizaron a temperatura ambiente y a valores

de humedad no controlables. Aunque los resultados no abarcan todas los posibles casos y aplicaciones, sientan las bases para futuras investigaciones en el campo.

Se recomienda ampliar la investigación a:

- Ensayos de tracción multiaxiales para una caracterización más completa del comportamiento de las estructuras.
- Fabricación de probetas con diferentes densidades para comprender la influencia de la cantidad de material en las propiedades mecánicas.
- Análisis del comportamiento de las estructuras bajo cargas cíclicas o dinámicas.
- Utilizar equipos de ensayo con mayor capacidad de carga para determinar el punto de falla y las características de rotura de las estructuras.
- Aumentar una dimensión al ensayar especímenes de estructura bidimensional a partir de las definiciones duales.

Profundizar en estas áreas permitirá una comprensión más integral del comportamiento de las estructuras de Delaunay y Voronoi, y abrirá nuevas posibilidades para su aplicación en diversos campos de la ingeniería.

7. Referencias bibliográficas

1. Abdulhameed O., Al-Ahmari A., Ameen W. & Mian SH. (2019) Additive manufacturing: Challenges, trends, and applications. *Advances in Mechanical Engineering*. 11(2). Sage Publishing. doi:10.1177/1687814018822880
2. Wong K. & Hernandez, A. (2012) A Review of Additive Manufacturing, *International Scholarly Research Notices*, 208760, 10 pages. John Wiley & Sons Ltd. doi:10.5402/2012/208760
3. Gibson, I., Rosen D., Stucker B. & Khorasani M. (2020). *Development of Additive Manufacturing Technology*. Springer Cham. doi.org:10.1007/978-3-030-56127-7
4. Horvath J. & Cameron R. (2020). *Mastering 3D Printing, A Guide to Modeling, Printing, and Prototyping*. Springer Cham. doi.org:10.1007/978-1-4842-5842-2
5. Liaw, C. & Guvendiren, M. (2017). Current and emerging applications of 3D printing in medicine. *Biofabrication*, 9(2), 024102.
6. Ford, S. & Minshall, T. (2017). 3D printing in teaching and education: A review of where and how it is used. *Additive manufacturing*, 25, (pp. 131-150).
7. Sathish, T., Vijayakumar, M. & Ayyangar, A. (2018). Design and fabrication of industrial components using 3D printing. *Materials Today: Proceedings*, 5(6), 14489-14498.
8. Wong, J. (2016). 3D printing applications for space missions. *Aerospace Medicine and Human Performance*, 87(6), (pp. 580-582).
9. Torrado, A. & Roberson, D. (2016). Failure Analysis and Anisotropy Evaluation of 3D-Printed Tensile Test Specimens of Different Geometries and Print Raster Patterns. *Journal of Failure Analysis and Prevention*. 16, (pp. 154-164). doi.org:10.1007/s11668-016-0067-4
10. Kok Y., Tan X., Wang P., Nai M., Loh N., Liu E. & Tor S. (2018). Anisotropy and heterogeneity of microstructure and mechanical properties in metal additive manufacturing: A critical review. *Materials & Design*, 139, (pp. 565-586), doi.org:10.1016/j.matdes.2017.11.021.
11. Bruère, V., Lion, A., Holtmannspötter, J. et al. (2023) The influence of printing parameters on the mechanical properties of 3D printed TPU-based elastomers. *Progress in Additive Manufacturing*, 8, (pp. 693-701). doi.org:10.1007/s40964-023-00418-7
12. Bruère, V., Lion, A., Holtmannspötter, J. et al. (2022) Under-extrusion challenges for elastic filaments: the influence of moisture on additive manufacturing. *Progress in Additive Manufacturing*, 7, (pp. 445-452). doi.org:10.1007/s40964-022-00300-y
13. B. Delaunay. (1934) Sur la sphere vide. A la mémoire de Georges Voronoi. *Izvestia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskikh i Estestvennykh Nauk (Boletín de la Academia de Ciencias de la URSS)*, 7, (pp. 793-800).

14. Gabriel R. & Sokal R. (1969) A New Statistical Approach to Geographic Variation Analysis. *Systematic Biology*, 18(3), (pp. 259-278). doi.org:10.2307/2412323
15. Hjelle, Ø., Dæhlen, M. (2006). *Delaunay Triangulations and Voronoi Diagrams. Triangulations and Applications. Mathematics and Visualization.* Springer, Berlin, Heidelberg. doi.org:10.1007/3-540-33261-8_3
16. Gallier, J., & Quaintance, J. (2017). Aspects of convex geometry polyhedra, linear programming, shellings, Voronoi diagrams, Delaunay triangulations. Department of Computer and Information Science, University of Pennsylvania, 219104, (pp. 31-235).
17. Aurenhammer, F., Klein, R., & Lee, D. T. (2013). *Voronoi diagrams and Delaunay triangulations.* World Scientific Publishing Company.
18. Cortes, J., Martinez, S., Karatas, T., & Bullo, F. (2004). Coverage control for mobile sensing networks. *IEEE Transactions on robotics and Automation*, 20(2), (pp. 243-255). doi.org:10.1109/TRA.2004.824698
19. Piccinelli, M., Veneziani, A., Steinman, D. A., Remuzzi, A., & Antiga, L. (2009). A framework for geometric analysis of vascular structures: application to cerebral aneurysms. *IEEE transactions on medical imaging*, 28(8), (pp. 1141-1155). doi.org:10.1109/TRA.2004.824698
20. Kulkarni, R. V., & Venayagamoorthy, G. K. (2010). Particle swarm optimization in wireless-sensor networks: A brief survey. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 41(2), 262-267. doi.org:10.1109/TSMCC.2010.2054080
21. Shahbazi, A., Tappenden, A. F., & Miller, J. (2012). Centroidal Voronoi tessellations-a new approach to random testing. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 39(2), (pp. 163-183). doi.org:10.1109/TSE.2012.18
22. Wen, G., Wu, L., Shang, Z., Zhong, C., Wang, H., & Xu, Y. (2018). A Mesh Generation Method for Structural Topology Optimization Based on Genetic Algorithm. In *2018 14th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (ICNC-FSKD)* (pp. 394-399). IEEE. doi.org:10.1109/FSKD.2018.8687251
23. Efstathiadis, A., Symeonidou, I., Tsongas, K., Tzimtzimis, E. K., & Tzetzis, D. (2023). 3D Printed Voronoi Structures Inspired by *Paracentrotus lividus* Shells. *Designs*, 7(5), 113. doi.org:10.3390/designs7050113
24. Martínez, J., Hornus, S., Song, H., & Lefebvre, S. (2018). Polyhedral Voronoi diagrams for additive manufacturing. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 37(4), 1-15. doi.org:10.1145/3197517.3201343
25. Schmidt, R., & Singh, K. (2010). Meshmixer: an interface for rapid mesh composition. In *ACM SIGGRAPH 2010 Talks* (pp. 1-1).

8. Anexos

En esta sección se presentan los elementos complementarios que respaldan el desarrollo del trabajo. Incluyen relaciones matemáticas utilizadas, dimensiones específicas de las probetas, configuración para el modelado de geometrías, parámetros de impresión empleados, y hojas técnicas del material y de la impresora 3D. Estos anexos facilitan la comprensión y replicabilidad del experimento.

8.1. Relaciones de igualdad de volumen

Se desarrollan a continuación los pasos realizados para obtener las igualdades mencionadas en la sección 4.1.1. de Análisis matemático. Denotamos por a_t , L_t y V_t a la cantidad, longitud total y volumen total de las aristas (con grosos) que conforman un patrón de la estructura de triángulos y por a_h , L_h y V_h a las respectivas medidas en un patrón de la estructura de hexágonos. La Figura 4.2 presenta dos cilindros representativos del volumen de cada estructura por celda en el patrón regular. La Ec. 8.1 indica la igualdad de aristas en cada celda analizada.

$$a_t = a_h = 6 \quad (8.1)$$

$$2L_h \cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) = L_t \quad (8.2)$$

$$\sqrt{3} = \frac{L_t}{L_h} \quad (8.3)$$

$$V_t = V_h \quad (8.4)$$

$$L_t \times \pi r_t^2 = L_h \times \pi r_h^2 \quad (8.5)$$

$$\frac{L_t}{L_h} = \frac{\pi r_h^2}{\pi r_t^2} = \sqrt{3} \quad (8.6)$$

$$\frac{r_h}{r_t} = \sqrt[4]{3} \quad (8.7)$$

8.2. Dimensiones de probetas

Se detallan a continuación las medidas generales y específicas de las probetas ensayadas en el presente informe.

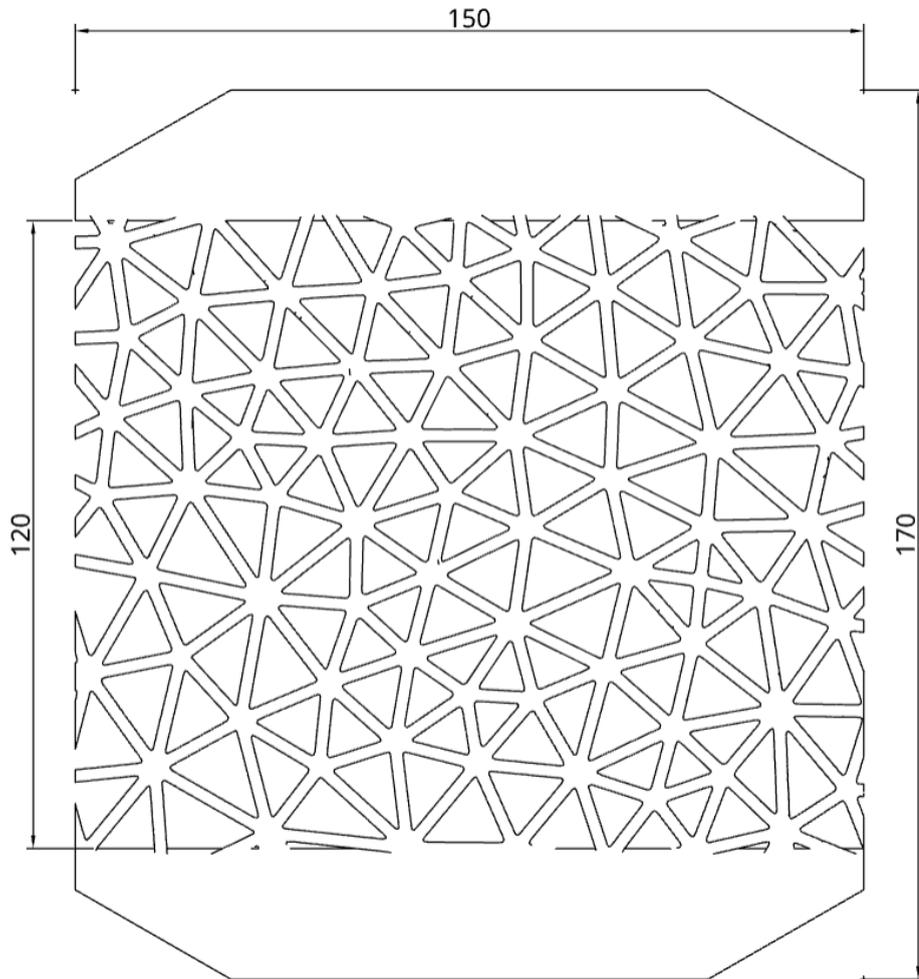


Figura 8.1 - Cotas generales de probeta de Delaunay. La distribución de los elementos es aleatoria.

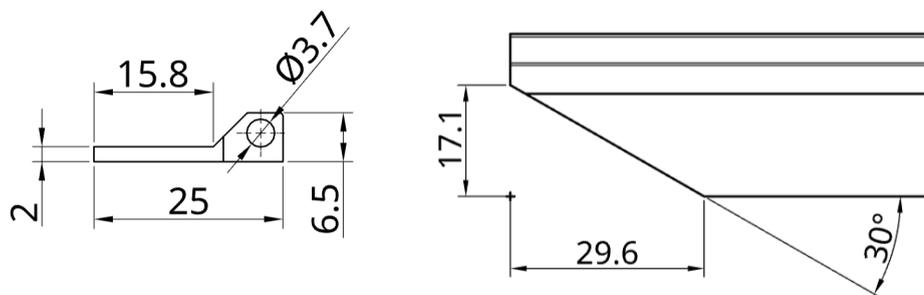


Figura 8.2 - Cotas específicas de los agarres de las probetas.

8.3. Configuración para el modelado de probetas - Meshmixer

Para la realización de los modelos de probeta se siguieron una serie de operaciones. Las mismas se exponen en detalle a continuación.

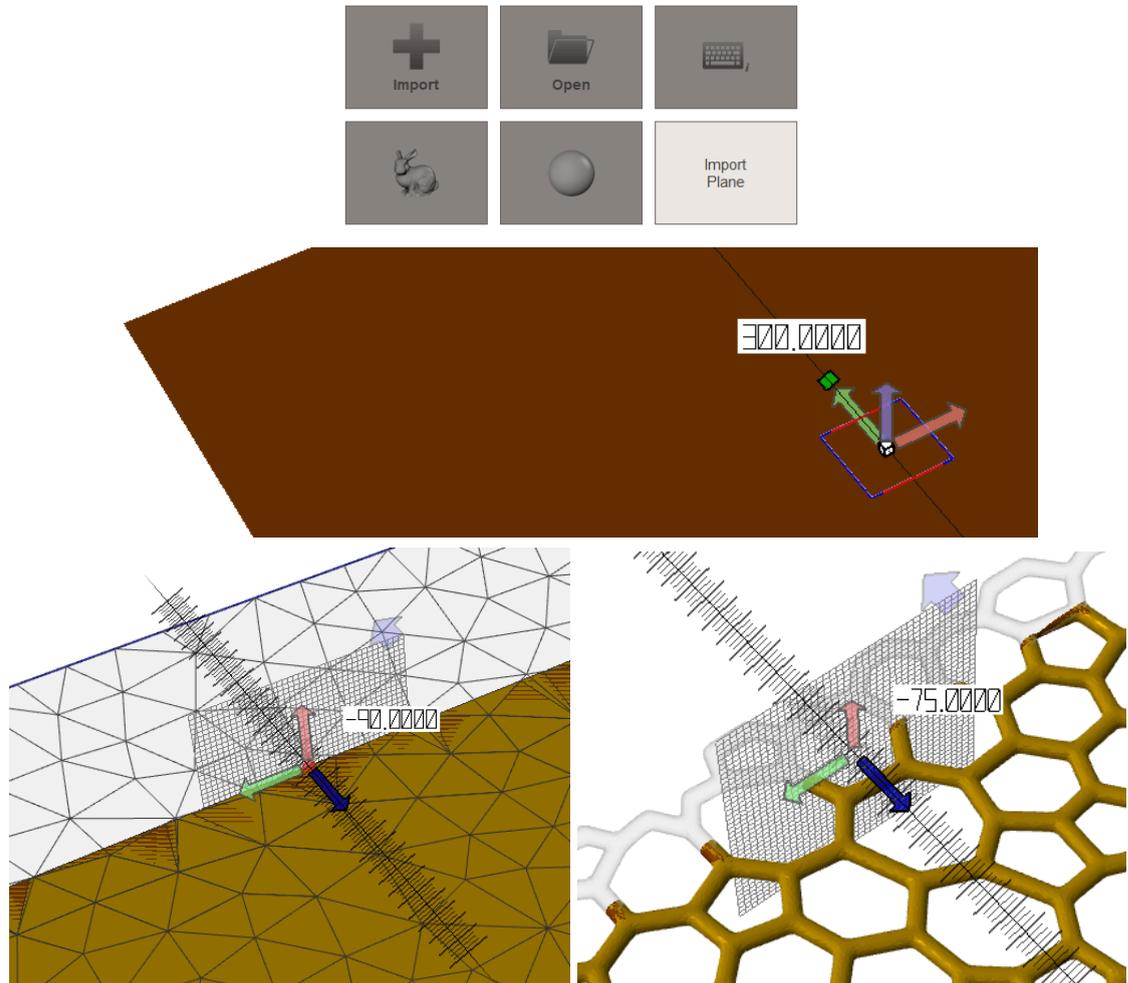


Figura 8.3 - Pasos realizados en el modelado en la probeta de Voronoi del ensayo B, 300 mm.

Primeramente, se importa un plano. Seguido de esto, se selecciona toda la malla y se transforma. Mediante el escalado se expande el plano hasta las dimensiones deseadas. Al variarse el las medidas del plano inicial se varía la disposición final de los elementos de manera cuasi-aleatoria. En segundo lugar, se remalla este plano mediante la herramienta homónima, con la configuración que se observa a la izquierda en la Figura 8.4. La dimensión promedio del elemento definirá la longitud promedio de las barras de la estructura de Delaunay. Este plano remallado se corta a una medida inferior en su perímetro como se muestra en la sección izquierda inferior de la Figura 8.3 mediante la herramienta corte de plano, a una medida superior a la final. El motivo de este corte es disminuir la cantidad de elementos generados en el siguiente paso. Seguido de esto, mediante la herramienta *Make pattern* se genera la estructura deseada, introduciendo el diámetro del elemento en la casilla homónima. Finalmente se corta a la dimensión final mediante la misma herramienta utilizada anteriormente, procurando la superposición del modelo creado con los modelos de agarres. Este modelo se exporta a formato STL y se continúa con el proceso de combinación de modelos y fabricación.

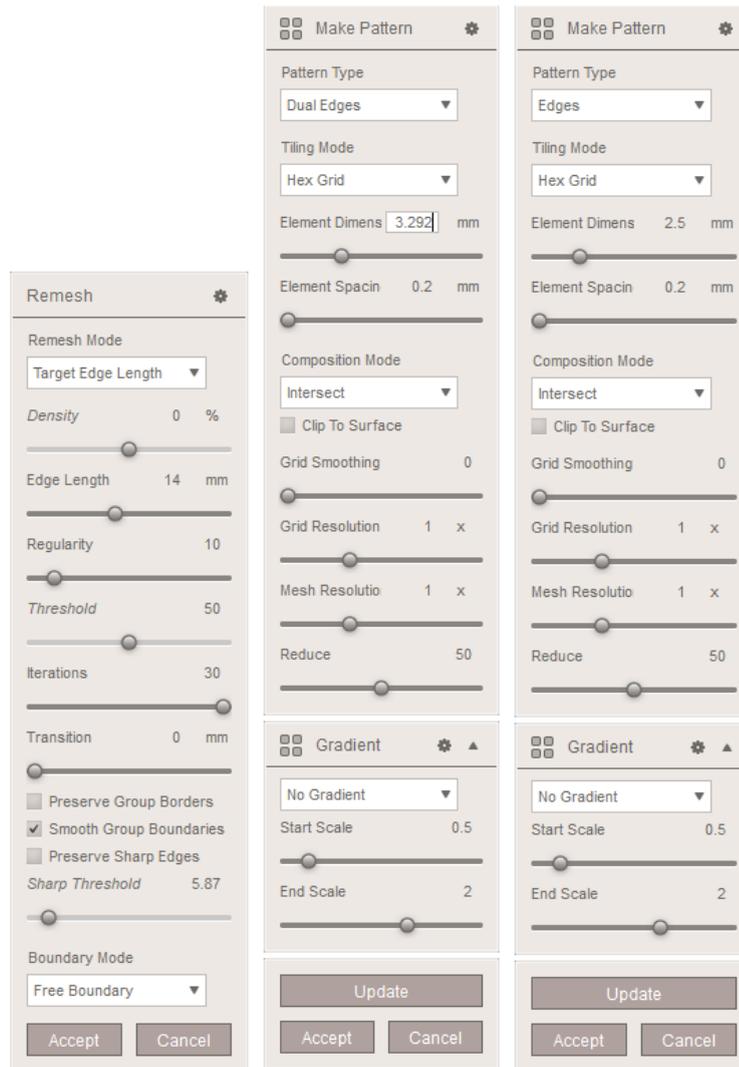


Figura 8.4 - Configuraciones de las herramientas utilizadas en el proceso de modelado.

8.4. Parámetros de impresión

A continuación se detallan los parámetros y configuraciones utilizadas en la fabricación de las probetas en TPU Simpliflex de Grilon3. Se presentan sólo las configuraciones distintas a las por defecto.

Global Settings		Extruder 1	
Setting	Profile	Current	Unit
Layer Height	0.2		mm
Initial Layer H...	0.2		mm
Wall Thickness	Calculated		mm
Top/Bottom T...	Calculated		mm
Build Plate Te...	40		°C
Combing Mode	off		
Retract Before ...	False		
Generate Supp...	False		
Support Place...	buildplate		
Support Interf...	Calculated		mm
Build Plate Adh...	none		

Global Settings		Extruder 1	
Setting	Profile	Current	Unit
Wall Line Count	15		
Z Seam Alignm...	random		
Top Surface Ski...	[90]		
Top Layers	1		
Bottom Layers	0		
Top/Bottom Pa...	lines		
Top/Bottom Li...	[90]		
Infill Density	100		%
Infill Pattern	concentric		
Printing Tempe...	235.0		°C
Print Speed	40		mm/s
Retraction Dist...	0		mm
Retraction Speed	20		mm/s
Z Hop When Re...	True		
Fan Speed	100		%
Support XY Di...	0.6		mm
Skirt Line Count	1		
Skirt Height	1		
Maximum Mod...	60		°

Figura 8.5 - Configuraciones del *licer* UltiMaker Cura 5.7.0, para Creality Sermoon V1 Pro.

8.5. Hoja técnica del material - TPU Simpliflex de Grilon3

Se presentan en la Figura 8.6 las propiedades del material utilizado.



HOJA TÉCNICA DE PRODUCTO

Filamento para Impresoras 3D. Industria Argentina.



(Poliuretano modificado por NTH)

Especificaciones del Monofilamento		
Diámetro (Ø)	Tolerancia	Ovalidad
1.75 mm	± 0,02mm con un 99% y ±0.03 con el 1% de Nivel de Confianza	≥97 %
2.85 mm	± 0,04mm con un 99% y ±0.05 con el 1% de Nivel de Confianza	≥97 %

Propiedades de la Materia Prima más relevantes			
Descripción	Método	Valor Típico	
Densidad	D-792	1,15	Gr/Cm³
Dureza Shore D	D-2240	no informada	-

Physical Properties	Value (Metric Units)	Unit	Test Method
Hardness (5 sec)	N/A	Shore D	ASTM D-2240
Specific Gravity	1.15		ASTM D-792
Tensile Strength	8000	psi	ASTM D-412
Ultimate Elongation	220	%	-
Tensile Stress at:			
- 100% Elongation	2800 (19.3)	psi (MPa)	ASTM D-412
- 300% Elongation	6100 (42.1)	psi (MPa)	-
Tear Strength			
Graves	810 (142.0)	lb/in (kg/mm)	ASTM D-624 (die C)
Trouser	230 (40.3)	lb/in (kg/mm)	ASTM D-470
Taber Loss (1000 rev)	0.00384 (109)	oz (mg)	ASTM D-3389 (H18, 1000g)
T _m (by DSC)	358 (181)	°F (°C)	
T _g (by DSC)	-33 (-38)	°F (°C)	



Planta Industrial
 Telefax: 54 (2346) 43-1295/96/97
 Calle 112 N°82 (6620) Chivilcoy, Bs. As.
www.nth.com.ar



Gestión de Producto y Red Comercial
 Telefax: 54 (11) 3973-5282
grilon3.com.ar - grilon3@nth.com.ar
[f/grilon3](https://www.facebook.com/grilon3)

Buenos Aires, Argentina

Figura 8.6 - Propiedades garantizadas por el fabricante del filamento con que se fabrican las probetas del presente informe.

8.6. Hoja de datos de la impresora 3D

Se presentan en la Figura 8.7 los datos técnicos generales de la impresora utilizada en el presente informe.

Model	Sermoon V1 Sermoon V1 Pro
Modeling size	175x175x165 mm
Modeling technology	FDM
Number of nozzles	1
Nozzle diameter	0.4 mm (Standard)
Accuracy	± 0.1 mm
Print materials	1.75 mm PLA / ABS / PETG
Supported slicing file formats	STL / OBJ / AMF
Power rating	150W
HotBed temperature	≤ 80°C
Nozzle temperature	≤ 250°C
Ambient temperature	10°C – 30°C
Power Loss Recovery	Yes
Filament detection	Yes
Supported slicing software	Creality Slicer, Repetier-Host, Cura, Simplify3D
Printing methods	Locally via SD card or cloud printing via Wi-Fi
Power specifications	100–120Vac 200–240Vac 50/60Hz
Operating systems	Windows XP / Vista/ 7 / 10/ MAC / Linux
Printing speed	≤ 150 mm/s, normally between 30–60 mm/s
Open door sensor	Comes standard with the Pro version
Camera	Comes standard with the Pro version

Figura 8.7 - Datos técnicos extraídos del manual de la impresora Creality Sermoon V1 Pro.