

SOBRE ALGUNAS POSIBLES LIMITACIONES DEL ANALISIS ECONOMÉTRICO

Hugo Roberto Balacco
hbalacco@fce.uncu.edu.ar

**Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Cuyo**

Octubre 2011

1. Introducción

El objetivo del presente trabajo lo constituye un análisis de temas muy básicos relacionados con posibles limitaciones del análisis econométrico.

El título del trabajo requiere algún tipo de reflexión. En primer lugar se trata de un análisis acotado; ya que referirse a limitaciones del análisis econométrico, en forma específica, sería una tarea ímproba, debido al gran desarrollo que en las últimas décadas ha tenido la econometría, tanto desde un punto de vista teórico como aplicado. Segundo, el término “posibles”, del título, introduce cierta cautela. No podría ser de otra manera, ya que la econometría constituye una disciplina que se enseña, a través de sus distintos tópicos, en la totalidad de las carreras de economía de los centros universitarios del mundo, no solamente en los de mayor reconocimiento científico. Además, es importante destacar la participación relativa que en la distinción con el premio Nóbel de Economía, poseen economistas e investigadores que han consagrado su vida académica directa o indirectamente, al estudio de la econometría y al progreso sostenido de esta disciplina.

Por otra parte, conviene aclarar, que la lectura del trabajo de Navarro, (2005), “Reflexiones sobre el estado actual de la metodología de la econometría”, ha constituido el principal motivo para la materialización del presente estudio.

En relación a este tema, se destaca en el trabajo de Navarro, el párrafo de la página 21 en el que se menciona un cambio de paradigma que se produce en el enfoque de la metodología LSE (London School of Economics), y que básicamente consiste en considerar el Proceso Generador de Datos (DGP), como:¹

“...complicado, interdependiente, dinámico, estocástico, multidimensional y no lineal...”

Sobre la base del párrafo precedente, en este trabajo, se desarrollan algunos aspectos relacionados con las posibilidades del modelo lineal de regresión (MLG), en un contexto empírico, como así también consideraciones generales muy básicas sobre el diagnóstico de no linealidades en la información, incluyendo en esta temática lo relacionado con estructuras dinámicas caóticas.

El anexo, contiene un desarrollo complementario, de carácter elemental, sobre esta última temática de referencia.

2. Antecedentes

Tal como lo señala Navarro (2005), luego de los años setenta se ha generado entre los economistas que utilizan la econometría como instrumento de investigación empírica, un marcado escepticismo en torno a la utilidad de dicho análisis en el desarrollo de la teoría económica, como así también en el contexto de la política económica. Este escepticismo incluye no sólo al método tradicional de la Cowles Comisión, sino también a algunos desarrollos metodológicos posteriores como los que utilizan los modelos de series temporales de tipo ARIMA y las metodologías de Hendry, Leamer, y Sims (VAR), entre otros.

Esta situación, se ha puesto de manifiesto a pesar del gran instrumental analítico desarrollado en las últimas décadas, como así también los progresos evidentes en elaboración y compilación de información y tecnología de computación.

Sin embargo, el problema principal del análisis econométrico, tal vez radica en limitaciones propias de la teoría económica, que como toda disciplina necesita de la abstracción para construir su estructura teórica específica, y de esta forma, su pretendido status científico, mientras que por otro lado, el hecho económico forma parte de una estructura compleja, integrada además por otros aspectos, como los institucionales, sociales, políticos, sociológicos, etc., como así también, la existencia de asimetrías en el comportamiento de los agentes económicos relacionados con la valoración, incorporación y utilización de la información disponible, entre otras cosas. Schumpeter (1954), describió bien la tarea de la teoría económica cuando escribió:²

“La vida económica de una sociedad no socialista, consiste en millones de flujos o relaciones entre empresas individuales e individuos. Podemos establecer ciertos teoremas con respecto a ellos, pero jamás los podemos observar a todos”.

En forma más o menos similar, se expresa Hayek (1964), al afirmar:³

“Así, el avance de la ciencia tendrá que desarrollarse en dos direcciones diferentes: aunque es ciertamente deseable hacer nuestras teorías tan testeables como sea posible, debemos también avanzar y presionar en campos donde, tal como dijimos, el grado de verificación empírica necesariamente decrece. Este es el precio que tenemos que pagar por el avance en el campo de los fenómenos complejos”.

De esta manera, sería conveniente sintetizar algunos de los puntos más relevantes que podrían justificar el escepticismo anteriormente mencionado:

- el desarrollo de la teoría económica en forma de modelos cada vez más sofisticados, una especie de génesis de laboratorio, pero de muy difícil o de casi imposible verificación empírica.⁴
- el progresivo crecimiento y perfeccionamiento del instrumental analítico, estadístico y econométrico, como así también la mayor disponibilidad de información, y de tecnología de computación, no resuelven el divorcio existente entre estos aspectos y las características sustantivas de la economía como ciencia social y no como una simple ingeniería económica.
- la insistencia excesiva en la formulación lineal de los modelos econométricos, en una realidad, en la que no linealidad aparece como un nuevo paradigma más adecuado para el tratamiento de fenómenos complejos. Al respecto, es válido consignar lo señalado por Ramsey (1990):⁵

“Linear policy in a nonlinear world with delays is stabilizing at least some of the time and probable most of the time. Linear analysis in a nonlinear world is an analysis that is characterized by models that are constantly being adjusted. there is a better chance of obtaining relatively stable coefficients with nonlinear models”.

- desde un punto de vista estrictamente conceptual, la mayoría de los modelos econométricos que se especifican sólo poseen como argumentos variables que representan fenómenos muy simples, que como ya se indicó, integran un mundo complejo. Estos fenómenos y las relaciones que los estructuran son sugeridos, generalmente, por restricciones a priori de la teoría económica y los resultados de los ajustes econométricos no resultan muy novedosos desde el punto de vista práctico y ni siquiera se pueden considerar, la mayoría de las veces, relevantes a la hora de confirmar o refutar una teoría.⁶
- por otra parte, en el contexto de la especificación, las estructuras dinámicas que se observan en las formas finales reducidas, generalmente son incorporados ad-hoc o seleccionadas de acuerdo a algún test estadístico (p.e., razón de verosimilitud), sin que existan de antemano fundamentos económicos que justifiquen dichas estructuras dinámicas. Por ejemplo, el número de rezagos del modelo y la fundamentación correspondiente para que dicha estructura permanezca constante durante el período muestral que sirve de base al referido ajuste.⁷

- la escasa contribución de los resultados de la aplicación de la metodología econométrica en la resolución de problemas de interés, sobre todo, los vinculados a la política económica. En este sentido, son válidas las observaciones de Brown (1972):⁸

“Those who have to bear the responsibility for policy... do not trust the systems fitted by econometrician to establish relations or coefficients on which that policy can be have”

- por último, tal vez las propias limitaciones del análisis econométrico hayan servido, de alguna manera, para justificar el desplazamiento observado en el mundo académico desde las investigaciones de contenido empírico hacia los trabajos teóricos. Wooldridge (2004), observa:⁹

“Something that caught my eye in the article was the droop in the number of papers surveyed in the 1990's (137) compare with the 1980s (182). Some of this could be due to a shift at the AER toward theoretical papers, but I wonder if part of it due to a drift toward nonlinear models”.

3. Algunos aspectos básicos del enfoque lineal

A pesar de las limitaciones propias del enfoque lineal, el Modelo Lineal General de Regresión (MLG), continúa siendo el punto de partida del análisis econométrico, tanto en el campo teórico como aplicado. Por ello, no debe extrañar el extenso y riguroso tratamiento de que es objeto, en los textos tradicionales, p.e., Gujarati (2004), como así también en los llamados enfoques modernos, Stock and Watson (2003) y Gooldridge (2003).

Por otra parte, la discusión de ciertos temas, inherentes al MLG, puede derivar en conclusiones extensibles a metodologías alternativas. Tal vez, este haya sido el espíritu que podría justificar la revisión de algunos tópicos específicos de dicho modelo y del método más general de estimación, el de los Mínimos Cuadrados Ordinarios.

3.1. Significatividad económica y significatividad estadística

Si se considera esta problemática como formando parte de la llamada “eficiencia” de las estimaciones, no sería posible plantear la temática en términos de significatividad económica versus significatividad estadísticas. En general, ambos

requisitos deberían cumplirse al analizar los resultados de las estimaciones econométricas, descartando la posibilidad de que los parámetros estimados no posean signo contraintuitivo.

Los problemas de eficiencia, en su mayoría, aparecen como consecuencia de cierto grado de multicolinealidad y/o pequeña muestra. Por este motivo, sería difícil de compatibilizar, p.e., una estimación determinada de un parámetro no significativo en términos de prueba “t” convencional, pero con un impacto, que a juicio del investigador, sería relevante. Esto es así, ya que bajo cierto grado de multicolinealidad, p.e., la falta de eficiencia puede verse tanto desde una óptica que implica varianzas estimadas más “grandes” de los estimadores, o lo que sería similar, como una mayor probabilidad de cometer un error grosero en la estimación del parámetro o parámetros respectivos (alejado/s del valor esperado). Al respecto, Wooldridge (2003)¹⁰, se refiere puntualmente a esta problemática:

“Para tamaños de muestra pequeños, a veces pueden considerarse p-valores tan grandes como 0,20 (pero no hay reglas estrictas). Con p-valores grandes, es decir, con estadísticas t pequeños, estamos pisando terreno resbaladizo, ya que las estimaciones grandes desde un punto de vista práctico tal vez se deban a un error muestral: una muestra aleatoria distinta podría dar lugar a una estimación muy distinta”.

3.2. La “increíble” estimación puntual consistente

Si bien es cierto, que las fuentes o motivos de estimación MCO inconsistente han sido tratados suficientemente en la literatura econométrica, la solución a este problema, desde el punto de vista práctico, no siempre resulta fácil o posible. En el análisis econométrico aplicado, la posibilidad de estimación inconsistente de los parámetros reconoce varios orígenes. Sin embargo, a continuación se desarrollarán dos aspectos en los que se puede apreciar la magnitud y gravedad de estos temas, el error de especificación y errores en las variables.

3.3. Errores de Especificación

En términos generales, esta temática, se relaciona con la omisión de una variable relevante o error en la forma funcional o modelo elegido. Es bien conocido el hecho, de que el error de especificación por omisión de una variable relevante, origina sesgo e inconsistencia en las estimaciones MCO de los parámetros restantes

en la medida en que las variables omitidas están correlacionadas con las incluidas. Esta es la idea predominante en la literatura econométrica, p.e., Stock and Watson (2003). Al respecto, se puede sugerir una metodología para diagnosticar este problema, que incluya, entre otras cosas, el test de Durbin Watson y los derivados de un principio más general como lo es el de los Multiplicadores de Lagrange.

Sin embargo, si se piensa en un ámbito de referencia no lineal, el problema de fondo no es de fácil solución, ya que la metodología señalada precedentemente tendría validez, básicamente, en un contexto lineal¹¹. Al respecto, las conclusiones de Horowitz (2004) son de suma importancia:¹²

“Often, the function of interest is assumed to be linear in the parameters and a low-degree polynomial in the explanatory variables if the dependent variable is continuous. Indeed, linearity is often assumed even if the dependent variable is binary. However, there is rarely any justification for a linear or other low-dimensional parametric model beyond familiarity and simplicity. Similarly, there is rarely any a priori reason for believing that the true function of interest is contained in the chosen parametric family. Moreover, there are many examples in which model misspecification causes highly misleading inference. Thus, specification error is a serious problem in applied econometrics.”

Más aún, si se acepta el hecho económico dentro de un universo más amplio como el de la complejidad, el problema se agudiza todavía más. Como ha señalado Hayek (1964):¹³

“El hecho principal seguirá siendo, a pesar de nuestro conocimiento como funciona la mente humana, que no podemos ser capaces de establecer el conjunto completo de hechos particulares que llevaron al individuo a hacer algo especial en un momento particular”.

Convencionalmente, se ha supuesto que los aspectos directamente no incluidos en el modelo, como los institucionales, sociales, políticos, culturales, etc., están contenidos en el término de perturbación, bajo la hipótesis, en relación a este término, de valor esperado igual a cero. Estos aspectos, también pueden estar correlacionados (en forma continua o discontinua), con una o algunas variables incluidas en el modelo y de esta forma sería inevitable el sesgo y la inconsistencia en las estimaciones econométricas.

No resulta inadecuado pensar en este tipo de correlación, desde que las perturbaciones cíclicas, periódicas o aperiódicas, shocks aleatorios, tendencia, movimientos sistemáticos, etc., podrían afectar de igual manera a variables

económicas, de alguna forma especificadas en el modelo, como a aspectos sociales, institucionales, políticos, etc. incluidos en el término de perturbación.

Lo expuesto precedentemente, arroja serias dudas sobre la pretendida idea de estimaciones consistentes de los parámetros de un modelo en un contexto lineal. Si esto se acepta, las dudas también se extenderían al resto del proceso de inferencia.

3.4. Errores en las variables

Este punto, de básico tratamiento en la literatura econométrica, se relaciona con errores de medida u observación en una o varias variables explicativas, desde que si la variable dependiente se mide con error, esto no constituye un problema desde el punto de vista del sesgo e inconsistencia de las estimaciones econométricas. El sesgo y la inconsistencia que origina el error de medida u observación en las variables explicativas, tiene lugar aun en presencia de hipótesis ideales en los términos de perturbación del modelo básico y en los errores en las variables.

Este problema, afectaría a la casi totalidad de las investigaciones empíricas debido a múltiples causas como lo son: cambios en las metodologías en la colección y elaboración de los datos, manipulación de la información, necesidad de recurrir a variables Proxy, etc.

Por último, en relación a lo apuntado precedentemente es contundente lo señalado por Maddala (1992):¹⁴

“Since the early 1970s has been a resurgence of interest in the topic of errors in variables models and models involving latent variables. This late interest is perhaps surprising since there is no doubt that almost all economic variables are measured with error”.

4. La predicción y la teoría de M. Friedman

La idea central de Friedman (1953), se basa en la hipótesis de que una teoría debe evaluarse por su capacidad predictiva y no por los supuestos. Evidentemente, esta idea, de alguna manera, descarta la posibilidad de analizar la consistencia de dicha teoría en términos de falsificación o comprobación.

Es posible pensar, que la teoría de Friedman, en sus orígenes podría haber sido concebida en términos cualitativos sobre la base de un razonamiento del tipo siguiente; p.e., dado un subconjunto de variables macroeconómicas relevantes,

¿cómo se vería afectado el ingreso nominal como consecuencia de alteraciones en el ritmo de incremento en la oferta de dinero?, permaneciendo el resto de las variables “ceteris paribus”.

Posteriormente, como lo ha señalado Navarro (2005), esta teoría sugeriría el uso de técnicas econométricas. Al respecto resulta concluyente el siguiente párrafo: ¹⁵

“Reder sostiene que la metodología de Friedman se refiere básicamente a pronósticos de tipo cuantitativo y que el desarrollo explosivo de la Econometría, de la computación y de la disponibilidad de datos abren nuevas perspectivas para esta metodología”.

De esta forma, pensar que el único test relevante en la validación de una teoría, es la comparación de las predicciones con la experiencia, no sólo implica aceptar un enfoque de neto corte instrumentalista, sino que obliga a replantear las posibilidades del método econométrico en el campo de la predicción, lo que merece la consideración de los siguientes aspectos:

Primero, el hecho de que modelos “naive” de tipo estadístico, aparezcan fuertemente competitivos para pronosticar, sobre todo en el corto plazo. No olvidar que estos modelos están básicamente contruidos para la descripción de un fenómeno determinado, pero carentes de restricciones a priori de teoría económica. Al respecto, Ahumada (2005), en un trabajo sobre pronóstico con modelos econométricos (Equilibrium Correction), para el caso de las importaciones argentinas, subraya que el modelo econométrico “causal”, puede considerarse sólo, como competitivo de un modelo “naive” AR(2).¹⁶

Segundo, el método VAR también utilizado con propósitos de predicción, aparece como fuertemente competitivo de la metodología tradicional.¹⁷ Aunque la construcción de un modelo en términos de vectores autorregresivos es una tarea menos costosa, la teoría económica no está ausente, ya que se utiliza para la selección de las variables implicadas en el análisis. Lo que no es propio de este método es una formalización rigurosa convencional sostenida por fuertes restricciones a priori, pero la lógica conceptual es la base del punto de partida del proceso. No obstante ello, la carencia de formalidad, en términos de restricciones a priori de teoría económica provoca dificultades debido al “problema de la identificación”. Como lo han señalado Cooley and Le Roy:¹⁸

...“because the structure has never been established (and therefore no theoretical restrictions on the reduced form), there is no unique structure associated with any

VAR. Indeed it may be the case that many structural forms, each representing a competing economic theory, are consistent with the VAR. In this sense the inductively based VAR is an exercise in confirmation; but because the users of VAR have never identified those conditions which could constitute a refutation of any structural form, the contribution of VAR to distinguishing between theories is nil”.

Es tal vez por este motivo, que esta metodología ha sido considerada como “a-theoretical”.

Tercero, no debe omitirse, la característica de la complejidad del fenómeno económico como paradigma sostenido a lo largo e todo este trabajo. Relacionado con este tema, lo apuntado por Campanario (2010), resulta ilustrativo.¹⁹

“Con la crisis internacional que desencadenó la pinchadura de la burbuja suprime en 2007-2008, el campo de los pronósticos económicos está pasando por su peor momento a nivel académico. “No hubo ningún shock externo obvio que provocara el colapso financiero o la recesión económica”, dice Daniel Heymann en su paper “Notas sobre variedades de crisis”, “y los acontecimientos como la caída de Lehman Brothers no alcanzarían la categoría de ‘manchas solares’ capaces de coordinar un colapso de otro modo evitable”.

La nota de Campanario, concluye con una alusión categórica sobre la complejidad señalada anteriormente:

“El desconcierto y la perplejidad son tales que en el actual contexto resurgieron pronosticadores legendarios que habían caído en el olvido y que ahora prometen ir por la revancha con “modelos recargados” gracias al uso de computadoras más poderosas. Tal es el caso del físico Doyne Farmer, que en los 70, junto a un grupo de graduados de la Universidad de California, pudo derrotar –gracias a modelos matemáticos- a los casinos de Las Vegas, y luego amazó una fortuna trasladando su metodología a la especulación en Wall Street. Farmer, la cara más visible del célebre Instituto Santa Fe, cree que los pronósticos económicos podrán beneficiarse de la teoría de los “sistemas complejos”.

Por último, en cuarto lugar, y estrictamente relacionado con el punto anterior, podría ocurrir que alguna o algunas series temporales económicas o financieras de referencia, se originaran en un Proceso Generador de Datos (DPG) de tipo no lineal caótico (“Sensibilidad a condiciones iniciales”). En este caso, la predicción solo sería posible en un muy corto plazo, y aún así, este hecho no es totalmente aceptado por algunos analistas y/o economistas.

5. Detección de no linealidades

Tal como se puntualizó precedentemente, se incluye en este trabajo, un tratamiento elemental (test DBS), relacionado con la detección de no linealidades, como así también la metodología básica (Exponente de Lyapunov), para diagnosticar dinámica caótica, sensibilidad a condiciones iniciales, en la información correspondiente a datos ordenados en series temporales.

5.1. El test BDS

El test BDS usa el concepto de dimensión de correlación de Grassberger and Procaccia (1983). La correlación integral fue originalmente usada como una medida de la dimensión fractal de un conjunto de datos. Tiene la ventaja, sobre otras medidas similares, que es relativamente fácil de calcular. Este método consiste en la posibilidad, a través de la correlación integral, de diagnosticar comportamientos en procesos estocásticos que se alejan de la hipótesis nula de procesos independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.). Pero, la hipótesis alternativa no es única y pueden caer en ella procesos alternativos, lineales y no lineales. Por esta razón, cuando se trata de establecer en forma concreta la hipótesis alternativa como de no linealidad en media o varianza, se suelen filtrar los datos a utilizar por un modelo lineal, por ejemplo, un modelo autorregresivo de orden p (AR(p))²⁰, o por un modelo de regresión (MLG).

La hipótesis nula, como se puntualizó anteriormente, es de proceso i.i.d., y bajo esta hipótesis el estadístico BDS tiende asintóticamente a una distribución normal estándar, media igual a cero y varianza unitaria:

$$BDS = \sqrt{n} \frac{C_{m,n}(\varepsilon) - [C_1(\varepsilon)]^m}{\sigma_{m,n}(\varepsilon)}, \quad [1]$$

donde $C_{m,n}(\varepsilon)$ es la función de correlación, $\sigma_{m,n}(\varepsilon)$ es una expresión de la dispersión del numerador, n la extensión de la muestra, m representa el número de elementos de la familia y ε un número positivo suficientemente pequeño, definido para contar la cantidad de puntos que caen dentro del entorno o “bola”.²¹

Si el proceso es estocástico e i.i.d., se puede demostrar que $C_{m,n}(\varepsilon) = [C_1(\varepsilon)]^m$ para todo m y ε ; con lo cual, para valores pequeños de la diferencia del numerador de [3.9] no se rechazaría la hipótesis de proceso i.i.d. ²²

Por otra parte, las conclusiones respecto de este test suelen ser bastante convincente cuando se acepta la hipótesis nula de procesos i.i.d. En este sentido, se considera al test BDS como un test extremadamente conservador de la hipótesis nula.

Además, el test es una transformación de la función de correlación. Asintóticamente se distribuye como una estadística Z estándar normal, bajo la hipótesis nula de proceso (i.i.d). Para valores de Z "grandes", superiores a 2 ó 3, según el coeficiente de riesgo seleccionado y el tamaño muestral, se rechaza la hipótesis nula.

Por último, Hsieh (1991), ha observado errores de tipo I considerables en el uso del test BDS cuando la extensión de la muestra no es adecuada, ya que los errores estándares de los coeficientes del modelo ARIMA estimado pueden sesgar el test hacia la aceptación de la hipótesis alternativa. Por lo tanto, en muestras pequeñas podría considerarse un valor de 4 en vez de 2 ó 3 como umbral crítico. Además, las propiedades asintóticas del test se deterioran, en la medida de que la dimensión de inserción supera un valor de 3 ó 4.

5.2. Caos: diagnóstico, posibilidades y utilidad práctica de los hallazgos empíricos

La dimensión de correlación es una de las herramientas más usadas en la detección de caos, desde que constituye una medida directa de la dimensión del atractor extraño. Un proceso estocástico puro debería llenar todo el espacio dimensional; pero los movimientos de un sistema caótico estarían restringido por el atractor. Por ello, el concepto de atractor resulta de suma importancia en el análisis de comportamientos caóticos, sobre todo, en la teoría del caos donde las técnicas de modelización giran en torno al comportamiento de órbitas alrededor de un atractor.

Resulta relevante plantear algunas cuestiones relacionadas con el párrafo anterior.

El concepto de atractor no está limitado a sistemas caóticos. Por ejemplo, un sistema lineal convergente tiene un punto fijo como atractor y un sistema cointegrado, que establece una relación estable o de equilibrio en el largo plazo, tiene una función lineal como atractor. También, un proceso de memoria larga podría tener un atractor (Granger y Terasvirta (1993)).

La característica más saliente de un proceso o sistema caótico es que la dimensión es no entera, lo que sostiene o explica la apariencia estocástica de la serie.

Generalmente, la presencia de ruido en las series temporales económicas o financieras, origina en el momento de la estimación de la dimensión de correlación (DC), su no convergencia. Esto, hace muy difícil su aplicación para detectar caos.

De todas maneras, el análisis en términos de la DC debe completarse con otras técnicas; por ejemplo, el espectro de Lyapunov para verificar sensibilidad a condiciones iniciales. Pero, un proceso camino aleatorio podría exhibir divergencia en alguna región del espacio, por lo que el exponente dominante de Lyapunov sería positivo.

En este caso, debería contarse con los resultados del análisis DC, con las limitaciones ya expuestas en relación a la convergencia. Por ello, el diagnóstico de caos desde una serie temporal de tipo económico se hace extremadamente difícil debido a la dificultad de identificar caos de baja dimensión, desde una serie de tiempo económica o financiera que inevitablemente pueden contener ruido y el efecto de shocks periódicos de consideración.

Acerca de la no convergencia de la DC, existen suficientes antecedentes en la bibliografía actual comparada. Jonsson (1997), utiliza en forma conjunta el análisis DC y el espectro de Lyapunov en un intento de detectar caos en series de tiempo económicas y financieras para Suecia. Los datos macroeconómicos están relacionados con la inversión y GDP; mientras que los datos financieros incluyen la tasa de interés y el tipo de cambio nominal entre la corona sueca y el dólar y un índice de precios de activos financieros. En el análisis de referencia, para ninguna de las series encuentra convergencia en la DC, no obstante ello, estima el espectro de Lyapunov.²³

Guillaume (1994), se basa en una versión modificada del algoritmo de Grassberger-Procaccia para calcular la DC para datos diarios del tipo de cambio nominal USD respecto a las principales monedas europeas, no encontrando evidencia de un atractor de baja dimensión, en ninguna de las series bajo análisis.

Abhyankar y otros (1997), investigan la existencia de no linealidades y caos en torno a series financieras de, tal vez, los cuatro índices más importantes en el mundo financiero, FTSE 100, el Standard & Poor 500, Deutscher Aktienindex y Nikkey 225, usando los test BDS y NEGM (Nychka y otros (1992)) para retornos 15 segundos, 1 minuto y 5 minutos, para el período setiembre-noviembre de 1991. Los resultados que los autores obtuvieron permitieron aceptar la hipótesis de no linealidad, pero no encontraron evidencia de caos de baja dimensión.

Balacco y Maradona (2000), utilizaron el análisis DC para investigar la posibilidad de un atractor de baja dimensión en las series financieras correspondientes a los índices BOVESPA (Brasil) y FTSE (Inglaterra), sin resultados satisfactorios, en términos de la convergencia de la DC. Los datos, de frecuencia diaria, se referían a un período comprendido desde el 2 de enero de 1998 hasta el 30 de junio del año 2000 inclusive.

En relación al problema de la predicción, en el mejor de los casos, para un proceso determinístico, sin componente estocástico, y con un atractor de baja dimensión, la serie puede aún ser no predecible; ya que un proceso caótico es extremadamente sensible a los valores iniciales del proceso y a cambios muy pequeños en los valores de los coeficientes. De esta manera, una diferencia en un cuarto o quinto decimal podría derivar en órbitas totalmente diferentes después de unas pocas iteraciones. Por ello, si un determinado mercado es caótico, podría ser posible sólo la predicción en el muy corto plazo. No obstante ello, existe casi acuerdo unánime entre los tratadistas y estudiosos de esta temática, que en el campo de la economía y las finanzas, cuando se utilizan series temporales y se intenta especular sobre el proceso generador de datos relevante, la predicción en el corto plazo se torna imposible o casi imposible.

Además, cabe señalar que en los últimos años ha aparecido entre los especialistas del tema gran escepticismo en relación a la relevancia del concepto de caos, sobre todo su utilidad práctica en un contexto empírico. De todas formas, resulta imposible obtener una fuerte o contundente opinión a favor o en contra en esta área de investigación. En relación a este tema es importante señalar las reflexiones de Granger (1994), en el sentido de que tópicos como análisis espectral, procesos fraccionalmente integrados, modelos de memoria larga y caos pueden ser considerados interesantes desde un punto de vista teórico pero sin mucha utilidad práctica en economía.

Uno de los aspectos relevantes es la no existencia de tests integrados en una estructura o modelo económico. Al respecto, parece que un test de esta naturaleza es, hasta ahora, una posibilidad remota. Todo lo que se ha publicado en un contexto de comprobación de hipótesis en el ámbito de referencia de la dinámica caótica, constituyen test para la detección de estos fenómenos exclusivamente en los datos, y en este caso, no existe forma o medio de identificar la fuente del caos. Es decir, si éste proviene de la estructura de la economía o de fuerzas extrañas a dicha estructura. Esto es así, porque el caos es inherente a ciertos fenómenos naturales, y es posible el caso en que estos fenómenos introduzcan shocks en la economía. Entonces, la observación de caos en estas variables económicas no sería una sorpresa, pero, no existiría razón para creer que el sistema en sí es caótico o no, al respecto se destaca lo que Barnett y otros (1998), puntualizan.²⁴

"To determine whether the source of chaos in economic data is from within the economic system, a model of the economy must be constructed. The null hypothesis that must be tested is the hypothesis that the parameters of the model are within the subset of the parameter space that supports the chaotic bifurcation regime of the dynamic system. Currently, however, we do not have the mathematical tools to find and characterize that subset, when more than three parameters exist. Hence, with any usable model of any economy, the set that defines the null hypothesis cannot be located - and no one can test a null hypothesis that cannot be located and defined".

De esta forma, hasta que el difícil problema de verificar caos dentro de la estructura de un modelo económico pueda ser resuelto, los esfuerzos para comprobar la dinámica caótica se limitan a la información disponible sin posibilidades de identificar con exactitud la estructura que genera dicha dinámica. Tarea ésta no exenta de dificultades debido a la existencia de ruido en las series económicas y financieras. Por ello, es que no obstante contar con algunos tests al respecto, existen escasos puntos de acuerdo entre los economistas en relación a la contundencia de las conclusiones.

6. Conclusiones

En el presente trabajo se ha intentado una exposición básica de algunas posibles limitaciones del análisis econométrico. Estas limitaciones no sólo son inherentes al contexto lineal; sino que en un ámbito de referencia más general, el de la no linealidad, también se ponen de manifiesto. El hecho fundamental radica en aceptar el fenómeno económico como complejo, y en las dificultades que se plantean, desde un punto de vista teórico como aplicado, en la ciencia económica para disponer de una “teoría del todo”. De esta manera, el nuevo paradigma de la complejidad, como instrumento para analizar la realidad, arroja ciertas dudas sobre el alcance y utilidad de la econometría convencional y de los métodos cuantitativos en general en el intento de falsificación o comprobación empírica de una teoría.

Más aún, un indicador tal vez indirecto de esta problemática y ya en un contexto no lineal, desde el punto de vista empírico, lo constituye las dificultades que se manifiestan al intentar la convergencia de la función de correlación de Grassberger and Procaccia (1983), es decir, distinguir entre comportamiento aparentemente aleatorio, pero sistemático incorporado en la variable de la serie temporal respectiva, y lo estrictamente exógeno (“caos blanco” versus “ruido blanco”).

Por último, es conveniente destacar, lo señalado, en primer lugar, por Navarro (2005).²⁵:

“Dow (2002), diferencia dos formas de trabajar en Economía, a la primera la llama método cartesiano Euclidiano que parte de axiomas y deduce de ellos las conclusiones que no lo son. La otra es la que llama “babilónica”, que tiene como base la realidad tal como la observamos, sin atarse a esos principios axiomáticos, más propios de la matemática, que no se preocupa por la realidad. Hemos vivido un período en el que ha reinado el primer método, y predice para los próximos diez años un giro hacia la segunda forma de análisis, es decir que prevé una orientación menos matemática y más preocupada por el análisis de la realidad”

De la misma forma, Campanario (2011), destaca el hecho económico dentro de una fenomenología ultra compleja que debe ser analizada desde diversos ángulos y metodologías, dejando de lado pretensiones axiomáticas a favor de una economía más experimental. Por ello, concluye sus reflexiones con una cita de Heymann.²⁶

“La cuestión relevante es la del ‘rango de validez’, probablemente los economistas tengamos que usar métodos y teorías distintas ..., como la Física para abordar diferentes problemas, ... si tengo que jugarme, diría que vamos a una ciencia social, con herramientas matemáticas, si, pero de ninguna manera como una disciplina axiomática”

7. Citas y Referencias Bibliográficas

¹ NAVARRO, A.M., “Reflexiones sobre el estado actual de la metodología de la Econometría”, en *Progresos en Econometría*, AAEP, 2005, pág. 20.

Resulta conveniente destacar la interpretación del término “complicado” del párrafo de referencia, como sinónimo de complejo.

² SCHUMPETER, J., H., “History of Economic Analysis, Oxford, University Press, 1954, pág. 241.

³ HAYEK, F., A., “La Teoría de los Fenómenos Complejos, mimeo, 1964, pág. 110.

⁴ NAVARRO, A.M., *op. cit.*, pág. 9:

“... y con este sistema llegamos a un nivel de abstracción de la realidad que hace que los modelos sean similares a problemas abstractos de ajedrez, que ni siquiera sirven para ganar partidos de ajedrez”

Relacionado con este párrafo, Husson (2003), destaca:

“Además, los criterios de excelencia internos a la disciplina valorizan la sofisticación extrema de las modelizaciones trabajadas. Nunca se discute la adecuación de estas herramientas a la calidad de los datos tratados y los resultados obtenidos. La comunidad económica científica se apasionan por la elegancia formal de los modelos y los debates se sitúan en aval de postulados fundamentales que van de suyo”.

⁵ RAMSEY, J., B., “Economic and Financial Data as Nonlinear Processes, in *The Stock Market, Bubbles, Volatility and Chaos*, Kluwer Academia Publishers, 1990, pág. 122.

⁶ Se hace necesario distinguir entre el contexto académico y el relacionado con la posible importancia de los resultados de la investigación econométrica para el desarrollo de la teoría económica o para la toma de decisiones de política económica. En el primero, los conceptos de comprobación y/o falsificación de una teoría, tienen plena vigencia. Sin embargo, en el segundo ámbito de referencia, sería posible argumentar, en la mayoría de los casos, que dichos resultados ya se conocían de antemano, o pueden conocerse, a través de restricciones de teoría económica, lectura inteligente de hechos estilizados, cuadros y gráficos, enseñanzas de la historia económica, etc.

⁷ Otra limitación importante en este tipo de análisis, econometría aplicada, tiene que ver con la frecuencia de los datos de series temporales considerada como “exógena”, y la selección de dicha frecuencia según la disponibilidad de datos., p.e., datos mensuales, trimestrales, etc. Pero... es esta la frecuencia temporal relevante en la que basan sus decisiones los agentes económicos en todo el período muestral?

⁸ PHEPS BROWN, E., H., “The Underdevelopment of Economics”, *Economic Journal*, 82, 1-10, 1972.

⁹ WOOLDRIDGE, J., M., “Statistical Significance is okay”, too: Comment on “Size Matters”, *The Journal of Socio-Economics* 33 (2004) 577-579.

¹⁰ WOOLDRIDGE, J., M., “Introducción a la econometría”, Thompson, 2º ed., 2006, pag. 148.

¹¹ A pesar de que los test respectivos, en un contexto lineal, permitan aceptar las hipótesis de la no existencia de error de especificación, sería conveniente estudiar los correlogramas de residuos, cuando estos son elevados a potencias superiores a uno, por ejemplo al cuadrado, a la tercera potencia, etc., para indagar sobre posibles patrones de comportamiento sistemático.

También, para investigar la posibilidad de no linealidad podría utilizarse algún test diseñado con esa finalidad, p.e., el test de Brock, Dechert and Scheinkman (Test DBS (1987)).

Este análisis precedente, se podría efectuar, también, sobre los valores absolutos de la variable de referencia.

¹² HOROWITZ, J., L., Comments on “Size Matters”, *The Journal of Socio Economics* (2004), pág. 553.

¹³ HAYEK, F., A., *op. cit.*, pág. 120.

¹⁴ MADDALA, G. S., “Introducción to Econometrics”, Macmillan Publishing Company, 2° ed., 1992, pág. 447.

No obstante lo consignado en el párrafo, el autor destaca la posibilidad de obtener intervalos de confianza consistentes para el parámetro en cuestión.

¹⁵ NAVARRO, A., M., op. cit., pág. 18.

¹⁶ AHUMADA, H., “Pronóstico con modelos econométricos, en Progresos en Econometría, AAEP (2005), págs. 57-42.

¹⁷ DARNELL, A.C. and EVANS, L.J., “The Limits of Econometrics”, Aldershot; Edward Elgar Pub. (1990), pág. 131:

“Webg (1984) comparers forecasts from a simple VAR model with those from a consulting firm that uses a conventional model and with a series of consensus forecasts: the results were not conclusive but the editor of the special issue of *Economic Review* in which this study appeared was prepared to comment that ‘the VAR model holds its own in the competition’ (p.2).”

¹⁸ DARNELL, A.C. and EVANS, L.J., op. cit., pág. 129.

¹⁹ CAMPANARIO, S., “Calzonomics: Slips vs. boxers y la economía argentina”, Diario Clarín, 20/12/10.

²⁰ La distribución asintótica del test BDS es sólo conocida bajo la hipótesis nula de procesos i.i.d. contra dependencia, lineal y no lineal. Es decir, el test no suministra una forma directa para la comprobación de no linealidad, ya que la distribución muestral del test estadístico no es conocida. Tampoco es conocida la distribución asintótica, bajo la hipótesis nula de linealidad o no linealidad.

²¹ En Vera de Serio, V. N. y Balacco, H. R., “Dinámica No lineal en Economía. Un Análisis Introductorio”, en Anales de la Asociación Argentina de Economía Política, Bahía Blanca, 1997, puede encontrarse una expresión analítica para el estimador de $\sigma_{m,n}(\varepsilon)$ de la ecuación [1].

²² Ver Nieto de Alba, U., “Historia del tiempo en Economía”, ed. Mc Graw Hill, 1998, págs. 94-98.

²³ Básicamente, la información de referencia corresponde a datos de los años ochenta y noventa.

²⁴ BARNETT, W., MADIO, A. and SERLETIS, A., “Nonlinear and Complex Dynamics in Economics”, mimeo Washington University, 1999, pág. 61.

²⁵ NAVARRO, A.M., op. cit., págs.. 22-23.

²⁶ CAMPANARIO, S., “Cambios en la teoría económica: llega la era de la complejidad”, Diario Clarín, 28/06/2011.

En el artículo citado no existe ninguna referencia específica a la cita correspondiente a Daniel Heymann.

8. Anexo

8.1 Atractores

El tema de los atractores se relaciona estrechamente con los problemas de estabilidad y equilibrio en los sistemas dinámicos. Por otra parte, sirve de introducción al concepto de atractor extraño en la matemática del caos.

Es posible afirmar que un punto x_0 atrae la trayectoria $x(t)$, si:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_0, \quad [\text{A.1}]$$

y, que es un atractor, o que es asintóticamente estable, si atrae a toda trayectoria que se inicia en su entorno. Generalmente se distinguen dos tipos de atractores simples: los puntos fijos y los ciclos límites, que representan el comportamiento a que llega un estado estable o que se repite continuamente. Por lo tanto, el sistema se dice que es estable cuando es asintóticamente estable en el sentido convencional, o bien, al cabo de cierto tiempo, se encuentra atrapado en el ciclo, definiendo un estado estacionario no constante, sino oscilatorio. En estos sistemas es relevante fijar la atención en el comportamiento de largo plazo. Esto es, concentrarse en las propiedades asintóticas del sistema dinámico, en el atractor del sistema. Es decir, el conjunto de puntos al que convergen todas las trayectorias originadas en un cierto rango de condiciones iniciales.

Por otra parte, en los sistemas simples, las órbitas en el espacio de fase se aproximan a un punto fijo, y los atractores son puntuales; o bien son órbitas con ciclo límite y atractores periódicos. En ambos casos el sistema es predecible.

En el caso de los atractores extraños, como los propios de series o sistemas dinámicos caóticos, se verifica entre otras cosas, un conjunto innumerable de ciclos de períodos arbitrariamente grande y un conjunto de trayectorias no periódicas; en estos casos las variables pasan de un estado a otro en forma aparentemente aleatoria.

El objetivo de esta digresión fue poner en evidencia que al mencionar el concepto de dimensión se está haciendo directa referencia a la dimensión (geométrica) del conjunto de puntos que conforma el atractor de la trayectoria que representa una serie.

En este sentido, en el caso de las series originadas por sistemas no lineales, la idea subyacente es la de procesos de dimensión baja: mientras que un proceso puramente aleatorio se entiende como de dimensión alta, un comportamiento no lineal caótico, por

ejemplo, se espera que se encuentre en conjuntos de puntos de dimensión relativamente baja.

En Berrutti (1995), puede hallarse un ejemplo simple sobre estos aspectos. Se supone un programa de computadora que genera números aleatorios independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), uniformemente en el intervalo cerrado $[0,1]$. Al generar una serie suficientemente grande $\{x_t\}$ la pregunta relevante es si la serie llena todo el intervalo $[0,1]$ o si se tiende a agrupar en algunos puntos de este intervalo. Si la primera parte de la pregunta es la correcta, se puede concluir que la serie tiene dimensión mayor o igual que 1.

Si ahora se considera la serie $\{x_t, x_{t-1}\}$ y se comprueba que completa el cuadrado unitario $[0,1]^2$, se dice que la serie x tiene dimensión mayor o igual a 2.

En general, si la serie del vector $\{x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t+m-1}\}$, de m -historias, "llena" el cubo m -dimensional $[0,1]^m$, se dice que tiene dimensión mayor o igual que m . Por lo tanto, un buen generador de números aleatorios debería poder llenar el cubo m -dimensión para cualquier valor de m . Por ello, para ver si una serie es generada por un sistema determinístico de dimensión baja, se debe comprobar que las m -historias de x_t no "llenan" el supercubo correspondiente para un determinado valor de m .

8.2. Dimensión de inserción

Un requisito crucial en el análisis numérico de sistemas dinámicos es la selección de la dimensión de inserción. En el típico caso de una serie de tiempo $\{x_t\}$, dicha selección, según el teorema de Takens (1981), implica determinar el número de puntos previos necesarios que deben ser utilizados para la estimación del punto siguiente. Es decir, para cualquier sistema dinámico de dimensión finita, un punto determinado puede ser expresado en función de los n puntos anteriores, siendo n la dimensión del atractor reconstruido del sistema bajo análisis. La idea central del procedimiento utilizado en este trabajo se basa en el hecho de que cuando el proceso bajo análisis es caótico, en alguna etapa del análisis, al variar m , la dimensión del atractor reconstruido, n , deja de variar, aparece acotado (Grassberger y Procaccia (1983)).

Es importante consignar una síntesis del algoritmo propuesto por Grassberger y Procaccia. En ese contexto, dada una serie temporal $\{x_t\}$ compuesta por T observaciones, se define la función de correlación (correlación integral) de la siguiente manera:

$$C_m(\varepsilon) = \frac{\left[\text{número de pares } (i, j) : \|x(m)_i - x(m)_j\| < \varepsilon, i \neq j \right]}{N_m^2 - N_m}, \quad [\text{A.2}]$$

donde $N_m = T - (m - 1)$ es el número de posibles m -historias. Por lo tanto, se define $x(m)_i - x(m)_j$ como el número de pares para los cuales la distancia euclídea es menor que ε , siendo ε un número positivo suficientemente pequeño. El coeficiente de correlación dimensional en términos del coeficiente de correlación integral se define como:

$$\alpha(m) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\log C_m(\varepsilon)}{\log \varepsilon}, \quad [\text{A.3}]$$

y, finalmente se obtiene el coeficiente de correlación dimensional del atractor extraño en el espacio reconstruido como:

$$\alpha = \lim_{m \rightarrow \infty} \alpha(m). \quad [\text{A.4}]$$

Para modelos caóticos, no aleatorios, al crecer el valor de m , α alcanza su límite en algún valor finito, no necesariamente entero, llamado saturación de la dimensión de inserción. Esta dimensión representa una medida de la correlación espacial de los datos en un atractor generado por un sistema dinámico.

Para procesos puramente aleatorios (ruido blanco), nunca se alcanza el nivel de saturación, ya que todas las dimensiones del espacio de fase reconstruido se utilizan por los datos en cada dimensión de inserción. Es decir, si m tiende a infinito, α también tiende a infinito.

8.3. Reconstrucción de la dinámica

Un supuesto fundamental del análisis de series temporales caóticas es que una serie (escalar) de tiempo observada $\{x_t\}$ contiene información multivariada acerca del proceso que generó dicha serie. Este proceso, se puede representar como un vector de s componentes, $Y_{t+1} = f(Y_t)$ para todo t ; donde f define la dinámica del sistema. En la práctica sólo se dispone de observaciones con relación a x_t variable que depende del vector de estado Y_t . Por lo tanto, es necesario utilizar la dinámica contenida en x_t para inferir sobre la estructura dinámica desconocida correspondiente a Y_t .

Las consecuencias prácticas de este enfoque son obvias. No interesa mucho la complejidad de un sistema dinámico. Si una sola variable de ese sistema (x_t) está disponible, es posible reconstruir el espacio de fase original a través de técnicas de inserción (embedding). El teorema de inserción de Takens (1981), señala que muchas de las propiedades topológicas fundamentales del atractor original, en el espacio de estado, se conservan y pueden ser inferidas a partir del espacio de fase que contiene las m -historias de los valores observados.

Un método adecuado, aunque no el único, de reconstruir el espacio de fase desde una serie de tiempo escalar es el de coordenadas o parámetros de demora.

En general, Takens (1981), demuestra que si m es la dimensión de inserción, y n la dimensión estimada del atractor reconstruido, o dimensión estimada de correlación debe cumplirse que $m \geq 2n + 1$. Si el sistema es puramente aleatorio, al aumentar la dimensión de inserción no existe para los valores estimados de dimensión de correlación una cota o valor de convergencia. En el caso de probable ruido caótico debe darse un valor finito para m que implica convergencia para los valores estimados de la dimensión de correlación.

Así, sobre la base del vector de rezagos (delay vector), pueden formarse los vectores del espacio de fase del atractor reconstruido:

$$x(k) = [x(k), x(k - \tau), \dots, x(k - (m - 1)\tau)], \quad [\text{A.5}]$$

donde m es la dimensión de inserción y τ es el rezago o demora temporal.

8.4. Exponentes de Lyapunov

Sensibilidad a condiciones iniciales significa que dos puntos en un sistema pueden moverse en trayectorias muy diferentes en su espacio de fases, incluso si la diferencia en sus configuraciones iniciales son muy pequeñas.

Un ejemplo de tal sensibilidad es el llamado “efecto mariposa”, en donde el aleteo de las alas de una mariposa puede ocasionar delicados cambios en la atmósfera, los cuales durante el curso del tiempo podrán modificarse hasta hacer que ocurra algo tan dramático como un tornado. La mariposa aleteando sus alas representa un pequeño cambio en las condiciones iniciales del sistema, el cual causa una cadena de eventos que puede llevar a fenómenos a gran escala como tornados. Si la mariposa no hubiera agitado sus alas, la trayectoria del sistema hubiera podido ser muy distinta.

La sensibilidad a condiciones iniciales está relacionada con el exponente de Lyapunov, que es una cantidad que caracteriza el ratio de separación de trayectorias infinitesimalmente cercanas. En otras palabras, la idea central es que estos exponentes sirven para medir en un sistema dinámico la sensibilidad a condiciones iniciales. Esto se logra mediante una función exponencial, en donde el exponente determina la tasa de divergencia de órbitas que parten desde puntos muy próximos.

La presencia de un exponente de Lyapunov positivo indicaría qué órbitas cercanas divergen exponencialmente en una determinada dirección. Es decir, la serie o fenómeno analizado, presenta una estructura dinámica sensible a condiciones iniciales. Esto, en primera instancia, constituye una señal de dinámica caótica.

Para un sistema unidimensional, tal que $x_{t+1} = f(x_t)$ y partiendo desde dos puntos x_0 y $x_0 + \varepsilon$, para cada iteración, las órbitas se van separando de tal forma, que después de N iteraciones estos dos puntos próximos se han convertido en $f^N(x_0)$ y $f^N(x_0 + \varepsilon)$. Sobre la base de la hipótesis de crecimiento exponencial del exponente $\tau(x_0)$, positivo, dependiente del punto de partida x_0 para el cual se analiza la sensibilidad a condiciones iniciales se tiene:

$$\left| f^N(x_0 + \varepsilon) - f^N(x_0) \right| = \varepsilon \exp^{\tau(x_0)N}. \quad [\text{A.6}]$$

Si se supone que la distancia inicial ε tiende a cero y que después de tomar logaritmos el número de iteraciones tiende a infinito, $N \rightarrow \infty$, resulta

$$\tau(x_0) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log \left| \frac{df^N(x_0)}{dx_0} \right|. \quad [\text{A.7}]$$

Teniendo en cuenta que $f^N(x_0)$ es una función compuesta, por ejemplo, $f^2(x_0) = f(x_1) = f(f(x_0))$, según la regla de la cadena, y asumiendo que f es una función diferenciable, se obtiene la derivada:

$$\frac{df^2(x)}{dx} = f'(x_1)f'(x_0), \quad [\text{A.8}]$$

en general:

$$\frac{df^N(x)}{dx} = \prod_{i=0}^{N-1} f'(x_i), \quad [\text{A.9}]$$

por lo que, el exponente de Lyapunov $\tau(x_0)$ es:

$$\begin{aligned} \tau(x_0) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \log \left| \prod_{i=0}^{N-1} f'(x_i) \right| = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \log |f'(x_i)|. \end{aligned} \quad [\text{A.10}]$$

Tal como se indicó precedentemente, el signo de los exponentes de Lyapunov es especialmente importante en la tipificación de diferentes tipos de comportamientos dinámicos. En particular, la presencia de un exponente de Lyapunov positivo indicaría que órbitas cercanas divergen exponencialmente en una determinada dirección. Por lo tanto, un exponente de Lyapunov positivo está íntimamente relacionado con la imposibilidad o extrema dificultad para predecir en un sistema dinámico, lo que constituye un rasgo fundamental de un comportamiento caótico.

9. Bibliografía

AHUMADA, H., "Pronóstico con modelos econométricos", en *Progresos en Econometría*, Asociación Argentina de Economía Política, 2005.

ABHYANKAR, H.H., COPELANDS, L. and WONG, W., "Uncovering nonlinear Structure in Real-Time Stocks Market Indexes: The S&P 500, the Nikkei 225 and the FTSE-100", *J. Bus. Econ. Statistic.*, 15 (1), 1-14, 1997.

BALACCO, H.R. y MARADONA, G., "Señal de Caos en Series Temporales Financieras, el Spectrum de Lyapunov como medida de accesibilidad a condiciones iniciales", *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política*, Córdoba, 2000.

BARNETT, W., MEDIO, A. and SERLETIS, A., "Nonlinear and Complex Dynamics in Economics", mimeo Washington University, 1999.

BERRUTTI, A., "Economía Dinámica. Modelos Caóticos". Trabajo de investigación para acceder al título de Licenciado en Economía, FCE, UNCuyo, 1995.

BROCK, W. A., DECHERT, W. D. and SCHEINKMAN, J.A. "A test for independence based upon the correlation dimension". Working Paper, University of Wisconsin, 1987.

CAMPANARIO, S., CALZONOMICS, "Slips vs. Bóxers y la economía argentina", *Diario Clarín*, 20/12/10.

DANELL, A.C., and EVANS, J., L., "The Limits of Econometrics", ALDERSHOT, Edward Elga Pub. (1990).

GRANGER, C. W.J., "Is Chaotic Economic Theory Relevant for Economics?", A Review Article of Jess Benhabib: Cycles and Chaos in Economic Equilibrium, *Journal of International and Comparative Economy*, 3, 139-145, 1994.

GRANGER, C., W. and TERASVIRTA, T., "Moiling Nonlinear Economic Relationship", Oxford University Pres, Oxford, England, 1993.

GRASSBERGER, P., and PROCACCIA, I., "Characterization of Strange Atractors", *Physical Review , Letters* 48, 346-349, 1983.

GUILLAUME, D., "A Low-Dimensional Fractal Attractor in the Foreign Exchange Market", Discussion Paper, Katholieke Universiteit Leuven, 1994.

HAYEK, F.A., "La teoría de los fenómenos complejos", mimeo, 1964.

HSIEH, D.A., "Chaos and Nonlinear Dynamics: Applications to Financial Markets", *Journal of Finance*, 46, pp. 1839-1877, 1991.

HOROWITZ, J., L., Comment on "Size Matters", *The Journal of Socio-Economics* (2004).

HUSSON, M., "¿Econometría o ideología en ecuaciones?", mimeo, 2003.

JONSSON, M., "Studies in Business Cycles", Institute for International Economic Studies, Stockholm University, Monograph Series N° 34, 1997.

MADDALA, G. S., "Introduction to Econometrics", Macmillan Publishing Company, 2a. ed., 1992.

NAVARRO, A. M., "Reflexiones sobre el estado actual de la metodología de la Econometría", en *Progresos en Econometría*, Asociación Argentina de Economía Política, 2005.

NIETO de ALBA, U., "Historia del tiempo en Economía", ed. Mc Graw Hill, 1998.

PHEPS BROWN, E. H., "The Under Development of Economics", *Economic Journal*, 82, 1-10, 1972.

RAMEY, J. B., "Economic and Financial Data as Nonlinear Processes", in *The Stock Market, Bubble, Volatilidad and Chaos*, Kluwer Academia Publishers, 1990.

SCHUMPETER, J. A., "History of Economic Analysis", Oxford University Press, 1954.

TAKENS, F., "Detecting Strange Attractor in Turbulence" in RAND, D. and YOUNG L. S., editors, *Dynamical system and turbulence*. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 898, 366-381. Springer Verlag, Berlín, 1981.

VERA de SERIO, V.N. y BALACCO, H.R., "Dinámica No Lineal en Economía. Un Análisis Introductorio", en *Anales de la Asociación Argentina de Economía Política*, Bahía Blanca, 1997.

WOOLDRIDGE, J. M., "Statistical Significance is Okay", too: Comment on "Size Matters", *The Journal of Socio-Economics*, 33 (2004) 577-579.

WOOLDRIDGE, J. M., "Introducción a la Econometría", Thompson 2º ed., 2003.